

# الگوی شبکه بولتزمن دو-فازی ۱۲۱-سرعتی برای شبیه‌سازی کاواک‌زایی صوتی با استفاده از پردازش موازی مبتنی بر واحد پردازنده ترسیمی (جی‌پی‌یو)

مهدی دائمی<sup>۱</sup>، محمد طیبی رهنی<sup>۲\*</sup>، حمیدرضا مساح<sup>۳</sup>

۱. دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

۲. دانشکده فیزیک، دانشگاه فردوسی مشهد

## چکیده

کاواک‌زایی پدیده‌ای است که در جریان دو-فازی یا چندفازی با تأثیرات مطلوب و نامطلوب همواره وجود دارد. نیاز به مطالعه این پدیده در فهم و بکارگیری آن در جریان‌های دو-فازی غیرقابل اجتناب است. از این‌رو مطالعات زیادی در این رابطه توسط دانشمندان مرتبط با علوم جریان‌های چند فازی صورت گرفته است. صدا به دلیل ماهیتش که همان انتشار تغییرات فشار در یک سیال است هنگام انتشار در یک مایع ممکن است موجب ایجاد کاواک در مایع شود. صدا با حباب‌ها در مایع و قطرات در گازها اندرکنش دارد. در این مقاله به مقوله کاواک‌زایی در یک مایع در اثر اعمال صدا پرداخته شده است. شناخت این پدیده به‌رغم مطالعات زیاد آن با شیوه‌های معمول در دینامیک سیالات محاسباتی (سی‌اف‌دی) همچنان در برخی جنبه‌ها ناشناخته است. شیوه شبکه بولتزمن (ال‌بی‌ام) دو-فازی به عنوان یک شیوه با رویکرد میان‌نگرانه، ضمن برخورداری از بسیاری از مزایای رویکرد خردنگرانه به عنوان یک شیوه کارا و بازوی توانمند در سی‌اف‌دی نوین پذیرفته شده است. از مزایای قابل ملاحظه آن موازی‌پذیری ذاتی و بکارگیری آسان آن در شرایط پیچیده مرزی است. در مطالعه حاضر با استفاده از الگوی دو-فازی شان-چن و بکارگیری آن در ال‌بی‌ام سه-بعدی ۱۲۱-سرعتی، برای اولین بار، توانمندی این شیوه برای مطالعه کاواک‌زایی صوتی نشان داده شده است. این شیوه اگر چه با فیزیک هم‌خوانی بهتری دارد اما در قیاس با شیوه‌های معمول شبکه بولتزمن، پیچیده‌تر است. پیچیدگی‌های ایجاد شده از انتخاب ۱۲۱-سرعت و زمان اجرای طولانی ناشی از آن، با ایجاد الگوریتم و کد موازی و استفاده از سامانه محاسباتی مبتنی بر جی‌پی‌یو با توان محاسباتی بالا تاحد زیادی جبران شده است.

**کلید واژه‌ها:** شبکه بولتزمن، ۱۲۱-سرعتی، کاواک‌زایی صوتی، جی‌پی‌یو

## ۱. مقدمه

امواج صدا به تعبیری انتشار تغییرات فشار در یک سیال هستند که با سرعت وابسته به ویژگی‌های سیال و بسامد صدا منتشر می‌گردند. از این منظر، اعمال صدا به یک مایع موجب افزایش یا کاهش فشار از وضعیت پایدار اولیه (غیراختلالی) می‌شود. کاهش فشار از حالت اولیه مایع را تحت کشش قرار می‌دهد. اگر این کشش به اندازه کافی قوی باشد موجب پارگی مایع و در نتیجه کاواک‌زایی<sup>۱</sup> می‌گردد. دو نوع کاواک‌زایی وجود دارد [۱]: کاواک‌زایی همگن<sup>۲</sup> و کاواک‌زایی دگرگن<sup>۳</sup>. در کاواک‌زایی همگن با

اعمال فشار کششی به مایع، در مایع پارگی ایجاد شده و منجر به کاواک‌زایی می‌شود. اگر در مایع حباب یا حباب‌هایی از قبل وجود داشته باشد (در مایعات در حالت معمولی آن همیشه همین‌طور است) یا اینکه با شیوه‌هایی مثل تاباندن نور لیزر یا تزریق مایع به مایع ایجاد شوند، اعمال فشار کششی موجب رشد و فروریزش آن‌ها خواهد شد که به این امر کاواک‌زایی دگرگن گفته می‌شود. اگر حبابی که با شیوه‌های فوق‌الذکر (یا شیوه‌های مشابه) در مایع بوجود آمده از حد شعاع بحرانی بزرگ‌تر نشود کشش سطحی حباب نمی‌تواند در مقابل فشار مایع مقاومت کند و حباب کوچک و کوچک‌تر شده و از بین می‌رود. مطالعه کلی این پدیده‌ها با شیوه‌های معمول سی‌اف‌دی کم و بیش انجام شده است. ال‌بی‌ام که در سال ۱۹۸۸ توسط مک‌نامارا و زانتی [۲] به دنیای شبیه‌سازی سیالات معرفی

\* نویسنده پاسخگو: taeibi@sharif.edu

<sup>1</sup> Cavitation

<sup>2</sup> Homogenous

<sup>3</sup> Heterogenous

$$f^{eq} = \rho \left( \frac{m}{\sqrt{\pi} k_B T} \right)^{D/2} \exp \left[ \frac{-m(e-u)^2}{2 k_B T} \right] \quad (2)$$

در رابطه ۲،  $D$ ،  $m$ ،  $k_B$ ،  $\rho$ ،  $u$  و  $T$  به ترتیب، بعد، جرم ذره، ثابت بولتزمن، چگالی، سرعت محیط و دما می‌باشند. با استفاده از شیوه‌هی و لو در سال ۱۹۹۷ [۱۲] و حذف جمله نیرو، معادله شبکه بولتزمن، معادله ۳ را می‌توان مستقیماً از معادله بولتزمن، معادله ۱، استخراج نمود:

$$f(x+e\Delta t, e, t+\Delta t) = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) f(x, e, t) + \frac{\Delta t}{\tau} f^{eq}(x, e) \quad (3)$$

در این مقاله از شبکه سه-بعدی با الگوی ۱۲۱- سرعتی نی و همکاران [۱۳] استفاده شده است. مشخصات ۱۲۱- سرعت در جدول ۱ ارائه شده است.

در ال‌بی‌ام تابع توزیع ماکسول-بولتزمن، بسط تیلور یا هرمیت داده می‌شود. در بسط تیلور بطور معمول براساس ماکس بسط داده شده و تا رتبه ۲ یا ۳ حفظ می‌شود. این بسط‌های ساده باعث بروز مشکلاتی می‌شوند به‌طوری‌که ال‌بی‌ام-های معمول نمی‌توانند معادلات ناویه-استوکس را بخوبی باز تولید نمایند [۱۲]. بسط بر مبنای پایه هرمیتی مزایایی دارد که استفاده از آن به بسط تیلور ترجیح داده می‌شود از جمله:

- ۱- با بسط براساس پایه هرمیتی ضرایب بسط همان ممان‌های سرعتند،
- ۲- بسط تیلور براساس عدد ماکس بسط داده می‌شود و بنابراین برای عدد ماکس‌های خیلی کوچک‌تر از یک قابل استفاده است؛ در بسط بر پایه هرمیتی این مشکل بخوبی حل شده است.
- ۳- در بسط بر پایه هرمیتی افزایش جملات بسط در صورت نیاز بسیار آسان‌تر از بسط تیلور است. برای بسط تابع تعادل با توجه به مزیت‌های فوق‌الذکر، بسط پایه هرمیتی انتخاب گردید. برای تعداد جملات بسط براساس تحلیل و بررسی مرجع [۱۴] که بسط تا شش جمله را معادل معادلات هیدرودینامیک کامل دانسته به‌صورت زیر تا شش جمله بسط داده شده است:

شد به‌سرعت به رشد بالایی دست پیدا کرده و در حال حاضر به عنوان یک شیوه پرکاربرد و با پتانسیل بالا در سی‌افدی بکار گرفته می‌شود [۳]. این شیوه که به دلیل نقصان روی کرد کلان‌نگرانه و از طرفی پیچیدگی‌های شیوه‌ها و حجیم بودن محاسبات در روی کرد خردنگرانه ایجاد شد با حفظ بسیاری از ویژگی‌های روی کرد خردنگرانه، توانسته در جریان‌ها تک-فازی و چندفازی با مرزهای ساده تا پیچیده را در کلان و خرد به‌خوبی الگوسازی نماید [۴-۶]. در این مطالعه در ادامه تحقیقات قبلی مطالعه کاواک‌زایی با شیوه شبکه بولتزمن [۷]، با بهبود الگوی بکار رفته در شیوه‌های معمول شبکه بولتزمن، از لحاظ تعداد سرعت بکارگیری شده، بسط هرمیتی تا مرتبه ششم برای تابع توزیع تعادلی ماکسول-بولتزمن و استفاده از معادله حالت دقیق‌تر (از معادله حالت واندروالس)، سعی شده تا به فیزیک واقعی بیشتر نزدیک شده و الگویی با تقریب‌های بسیار کمتر برای مطالعه کاواک‌زایی صوتی ارائه شود. خاصیت موازی‌پذیری ذاتی ال‌بی‌ام و از طرفی پیشرفت‌های سریع در زمینه محاسباتی خصوصاً جی‌پی‌یو [۸-۹] زمان و هزینه محاسبات در اثر افزایش بعد و سرعت را تا حدی زیاد جبران کرده است. البته این الگو هنوز برای مطالعه همه‌جانبه کاواک‌زایی با جزئیات کامل فاصله دارد و نیاز است دقیق‌تر شود.

## ۲. شیوه‌شناختی عددی

### ۲-۱. شیوه شبکه بولتزمن

در این مطالعه از شیوه ال‌بی‌ام مبتنی بر گسسته‌سازی تفارق متناهی<sup>۱</sup> معادله بولتزمن با جمله برخورد تقریب بی‌جی کی (معادله بولتزمن-بی‌جی کی)، استفاده می‌گردد. معادله بولتزمن-بی‌جی کی تغییرات تابع توزیع ذرات،  $f$ ، با مکان  $x$ ، سرعت  $e$  و زمان  $t$  را (بدون جمله نیرو) بصورت زیر بیان می‌کند [۱۰-۱۱]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + e \cdot \nabla_x f = - \frac{f - f^{eq}}{\tau_r} \quad (1)$$

که در آن  $\tau_r$  زمان واهلش و  $f^{eq}$  تابع توزیع تعادلی ماکسول-بولتزمن می‌باشند:

<sup>1</sup> Finite difference

جدول ۱ سرعت‌ها و وزن آن‌ها در شبکه بولتزمن سه-بعدي  
۱۲۱- سرعتی [۱۳].

| $w_i$            | تعداد | $c_i$                        | $i$ |
|------------------|-------|------------------------------|-----|
| ۰٫۰۳۰۵۹۱۶۲       | ۱     | (۰٫۰٫۰)                      | ۱   |
| ۰٫۰۹۸۵۱۵۹۵       | ۶     | ( $r, 0, 0$ )FS              | ۲   |
| ۰٫۰۲۷۵۲۵۰۱       | ۸     | ( $\pm r, \pm r, \pm r$ )    | ۳   |
| ۰٫۰۰۶۱۱۱۰۲       | ۲۴    | ( $r, r, 0$ )FS              | ۴   |
| ۰٫۰۰۰۴۲۸۱۸       | ۱۲    | ( $r, r, r$ )FS              | ۵   |
| ۰٫۰۰۰۱۸۱۰۲       | ۸     | ( $\pm 2r, \pm 2r, \pm 2r$ ) | ۶   |
| ۰٫۰۰۰۳۲۴۷۵       | ۶     | ( $3r, 0, 0$ )FS             | ۷   |
| ۰٫۰۰۰۱۰۶۸۳       | ۲۴    | ( $r, 3r, 0$ )FS             | ۸   |
| ۰٫۰۰۰۰۱۴۳۲       | ۲۴    | ( $r, r, 3r$ )FS             | ۹   |
| ۰٫۰۰۰۰۰۰۶۹       | ۸     | ( $\pm 3r, \pm 3r, \pm 3r$ ) | ۱۰  |
| $r = ۱/۱۹۶۹۷۹۷۷$ |       |                              |     |

۳. فرآیند موازی‌سازی (استفاده از فن‌آوری جی‌پی‌یو)  
در سال‌های اخیر با وجود آمدن توانمندی‌های محاسباتی بسیار سریع، استفاده از شبکه‌های پیچیده‌تر که دارای تعداد جهت و تعداد اندازه سرعت بیشتر هستند رشد زیادی داشته است. با توجه به اینکه شیوه شبکه بولتزمن به‌سادگی موازی‌پذیر است با استفاده از این قابلیت می‌توان به مراتب از زمان‌های اجرای طولانی منبعث از پیچیدگی‌های فوق‌الذکر کاست. یکی فنّ محاسباتی موازی که در دهه اخیر مورد توجه قرار گرفته فن‌آوری محاسباتی واحد پردازنده ترسیمی رایانه، جی‌پی‌یو<sup>۱</sup>، است. در کنار رشد سی‌پی‌یو-های چند هسته‌ای، فن‌آوری واحد پردازنده‌های ترسیمی نیز رشد بسیاری یافته است. تا قبل از سال ۲۰۰۶، جی‌پی‌یو تنها در نقش اصلی‌اش که پردازش‌های ترسیمی مورد نیاز رایانه ظاهر شده بود. جی‌پی‌یو-ها به خاطر نقش اصلی که به عهده داشتند، از سال ۱۹۹۹ به صورت چند هسته‌ای ساخته می‌شدند. در حال حاضر، تعداد هسته‌های آن‌ها در قیاس با سی‌پی‌یو-ها به مراتب بالاتر است مثلاً در یک رایانه شخصی این نسبت به حدود ۱۵۰ می‌رسد. جی‌پی‌یو واحد ترسیمی رایانه است که تمامی محاسبات

$$f^{(i)}(e) = \omega(e) \rho \sum_{i=1}^6 a^i H_i,$$

$$a^1 H_1 = 1,$$

$$a^2 H_2 = \frac{1}{1!} u \cdot e,$$

$$a^3 H_3 = \frac{1}{3!} \{ (u \cdot e)^3 - 3u^3 \},$$

$$a^4 H_4 = \frac{1}{4!} \{ (u \cdot e)^4 - 4(u \cdot e)u^3 + 3u^4 \},$$

$$a^5 H_5 = \frac{1}{5!} \{ (u \cdot e)^5 - 10(u \cdot e)^2 u^3 + 15(u \cdot e)u^4 \},$$

$$a^6 H_6 = \frac{1}{6!} \{ (u \cdot e)^6 - 15(u \cdot e)^3 u^3 + 45(u \cdot e)^2 u^4 - 15u^6 \},$$

$$(4)$$

## ۲-۲. الگوی شبکه بولتزمن دو-فازی

برای ایجاد دو فاز از الگوی شان-چن استفاده شده است. کار نو در مطالعه حاضر این بوده که پندار و اندیشه شان-چن را در شبکه بولتزمن ۱۲۱- سرعتی بکار گرفته و با اعمال نیروی زیر بین ذرات شبکه محیط دو-فازی خودکار ایجاد شده است.

$$F = - \psi(x, t) G \sum_{i=1}^{121} g_i \psi(x + e_i D t, t) e_i, \quad (5)$$

که در آن  $G$  شدت نیروی جاذبه، تابع  $\psi$  جرم مؤثر و  $g_i$  وزن نیرو در ۹ اندازه سرعت متفاوت الگو و  $e_i$  سرعت ذرات هستند. جملات رابطه ۵ را می‌توان به تعبیری گرادین‌های مختلف جملات نیرو تعبیر نمود. با این تعبیر،  $g_i$ -ها باید بگونه‌ای تعیین گردند که برای شبیه‌سازی مسائلی هم‌چون قطره و حباب، تقارن کروی تا دقت مطلوب حفظ شود [۱۵]. در این شبکه همان‌طور که در بخش قبل ذکر گردید سه لایه سرعتی وجود دارند که این امر فرآیند ایجاد دو فاز را پیچیده‌تر می‌نماید و موجب پیچیدگی‌هایی در مرزها می‌شود. ویژگی ممتاز این الگوی پیشنهادی این است که به دلیل درگیر شدن تعداد بسیار زیادتری ذرات در اندرکنش با یک ذره، پایداری الگو نسبت به شیوه معمول ال‌بی‌ام دو فاز در سه بعد مثل ۱۹- سرعتی یا ۲۷- سرعتی افزایش می‌یابد. همان‌طور که در بخش بعد ذکر شده است استفاده از فنّ جی‌پی‌یو، تا حدی جبران زمان بسیار زیادتر محاسبات را (با هزینه کم) می‌نماید.

<sup>1</sup> GPU; Graphic Processor Unit

جدول ۲ مشخصات کارت‌های ترسیمی سری تسلا [۸].

| جی‌پی‌یو تسلا               | سی ۸۷۰ | سی ۲۰۵۰ | ام ۲۰۹۰ | ۱۰ کا  | ۲۰ کا | ۲۰ کا ایکس |
|-----------------------------|--------|---------|---------|--------|-------|------------|
| توانمندی محاسباتی           | ۰/۱    | ۰/۲     | ۰/۳     | ۳/۵    |       |            |
| تعداد چندپردازنده           | ۱۶     | ۱۴      | ۱۶      | ۸×۲    | ۱۳    | ۱۴         |
| ساعت (کلاک) هسته (گیگاهرتز) | ۱/۳۵   | ۱/۱۵    | ۱/۳     | ۰/۷۴۵  | ۰/۷۰۶ | ۰/۷۳۲      |
| تعداد هسته در چندپردازنده   | ۸      | ۳۲      | ۱۹۲     |        |       |            |
| توان پردازش (گیگافلاپسز)    | ۳۴۶    | ۱۰۳۰    | ۱۳۳۱    | ۲×۲۲۸۹ | ۳۵۲۴  | ۳۹۳۵       |
| تعداد هسته                  | ۱۲۸    | ۴۴۸     | ۵۱۲     | ۲×۱۵۳۶ | ۲۴۹۶  | ۲۶۸۸       |

عظیم مربوط به نمایش و تصویر را برعهده دارد. از این فن‌آوری در محاسبات شیوه شبکه بولتزمن نیز استفاده شده است [۹، ۱۶ و ۱۷]. در یک حالت متناظر در تحقیق قبلی [۹] برای شبیه‌سازی با شبکه بولتزمن ۱۲۱- سرعتی مشاهده گردید که در یک رایانه همراه معمولی سرعت محاسبات با جی‌پی‌یو ۱۵۰ برابر سی‌پی‌یو می‌رسد. این فن‌آوری که چند سال پیش‌تر از استفاده از آن در محاسبات غیرترسیمی نمی‌گذرد سرعت رشد بسیار بالایی داشته است. تعداد بسیار زیاد هسته‌های محاسباتی در جی‌پی‌یو نسبت به سی‌پی‌یو از یک طرف و موازی‌پذیر بودن (ذاتی) محاسبات ال‌بی‌ام از طرف دیگر، این دو را یک زوج با پتانسیل بسیار خوب برای بسیاری از شبیه‌سازی‌های سیالاتی حجیم قرار داده است.

در جدول ۲ به عنوان نمونه، فهرست انواع و مشخصات جی‌پی‌یو- های محاسباتی الگوی تسلا از شرکت ان‌وی‌دی‌ای<sup>۱</sup> فهرست شده است. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود تعداد هسته‌های سری تسلا از ۱۲۸ تا ۲۶۸۸ هسته است و معمولاً می‌توان چندتا از آن‌ها را روی یک مادربرد نصب نمود. لازم به ذکر است که در صورت استفاده از دقت ۱۶ رقم، بدلیل نیاز به حافظه بیشتر، امکان استفاده از نیمی از تعداد هسته‌ها فوق‌الذکر وجود دارد. در تحقیق حاضر از جی‌پی‌یو تسلا الگوی ام ۲۰۹۰<sup>۲</sup> استفاده شده است.

#### ۴. نتایج شبیه‌سازی

برای مطالعه کاواک‌زایی صوتی، هر دو نوع کاواک‌زایی همگن و دگرگن شبیه‌سازی شده‌اند. در بخش کاواک‌زایی

همگن با استفاده از امواج صوتی، فشار منفی به مایع با چگالی مشخص اولیه اعمال شده است. در نتیجه، دو سیال مایع و گاز از چگالی اولیه ایجاد شدند. در شبیه‌سازی کاواک‌زایی دگرگن با استفاده از چگالی شناسایی‌شده از شبیه‌سازی کاواک‌زایی همگن، ایجاد کاواک‌زایی دگرگن مورد مطالعه قرار گرفته است. در این تحقیق از معادله حالت معادله حالت پنگ- رابینسون استفاده شده است. برای استخراج کشش سطحی مایع، نتایج شبیه‌سازی حباب با شعاع‌های مختلف با معادله لاپلاس در مختصات کروی تطبیق داده شدند. اعتبارسنجی کد با ناپایداری ریلی- تیلور نشان داده شده است. یکاهای استفاده شده تماماً یکاهای اس‌آی<sup>۳</sup> در مختصات شبکه بولتزمن می‌باشند. برای معادل‌سازی آن با فیزیک واقعی باید آن‌ها را به معادل‌شان در فیزیک واقعی تبدیل نمود.

#### ۴-۱. اعتبارسنجی کد

از پدیده دو- فازی ناپایداری ریلی- تیلور برای اعتبارسنجی استفاده شده است. ناپایداری ریلی- تیلور زمانی بوجود می‌آید که یک مایع سنگین‌تر روی یک مایع سبک‌تر قرار گیرد و یک اختلال به سطح تماس آن‌ها اعمال شود. در این حالت وضعیتی همانند شکل ۱ برای جریان مایعات درون یکدیگر ایجاد می‌شود. در این شبیه‌سازی دامنه شبکه محاسباتی ۱۰۰۰ در ۲۰۰۰، عدد آتوود ۰/۵ و عدد رینولدز ۲۶۵ در نظر گرفته شده‌اند. در شکل ۱ نتایج در چهار پله زمانی مختلف نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که نتایج به‌دست آمده با نتایج مرجع [۱۸] هم‌خوانی دارند.

<sup>۱</sup> NVIDIA<sup>۲</sup> M2090<sup>۳</sup> SI; Système International

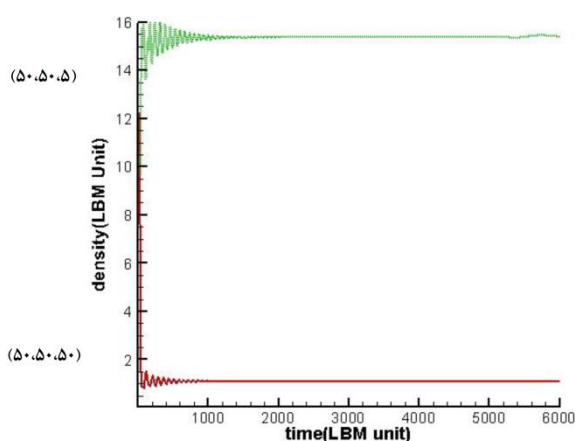
و  $x = 100$  (ابتدا و انتها در محور طول) که در آنها سرعت  $0.00000000005$  واحد جی‌پی‌یو به سمت بیرون اعمال شده دوره‌ای انتخاب شدند. نتیجه شبیه‌سازی در شکل ۲ نشان داده شده است. در این شکل تغییرات چگالی دو نقطه  $(50, 50)$  و  $(50, 50)$  پایش شده است.

همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد بعد از زمان بی‌بعد ۱۰۰، در این دو نقطه که نماینده دو ناحیه هستند دو چگالی ۱۵ و ۱ ایجاد شده است. از این دو چگالی در مرحله بعد برای مطالعه کاواک‌زایی دگرگن استفاده شد.

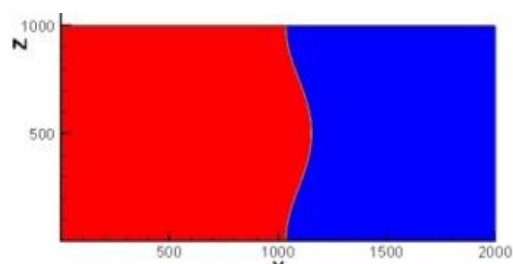
#### ۳-۴. کاواک‌زایی دگرگن

در این مرحله چگالی‌های به‌دست آمده از کاواک‌زایی متقارن برای کاواک‌زایی دگرگن با معادله حالت پنگ-رابینسون مورد استفاده قرار گرفت. در یک شبکه ۱۰۰ در ۱۰۰ حباب با شعاع‌های مختلف با مرزهای دوره‌ای مورد آزمون قرار گرفتند.

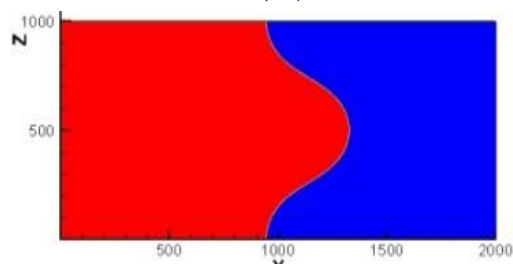
نتایج نشان دادند که حباب‌های کوچک‌تر از شعاع ۱۵ واحد ال‌بی‌ام از بین می‌روند (شکل ۳) و بزرگ‌تر از آن (به عنوان مثال شعاع ۱۸ واحد ال‌بی‌ام) پایدار می‌مانند (شکل ۴).



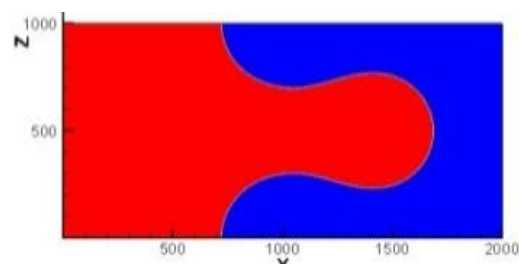
شکل ۲ کاواک‌زایی با معادله حالت پنگ-رابینسون. زمان و چگالی در واحد ال‌بی‌ام هستند. نمودار چگالی برای دو نقطه  $(50, 50)$  و  $(50, 50)$  رسم شده است.



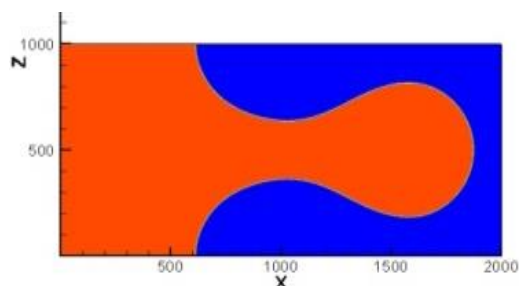
(الف)



(ب)



(ج)

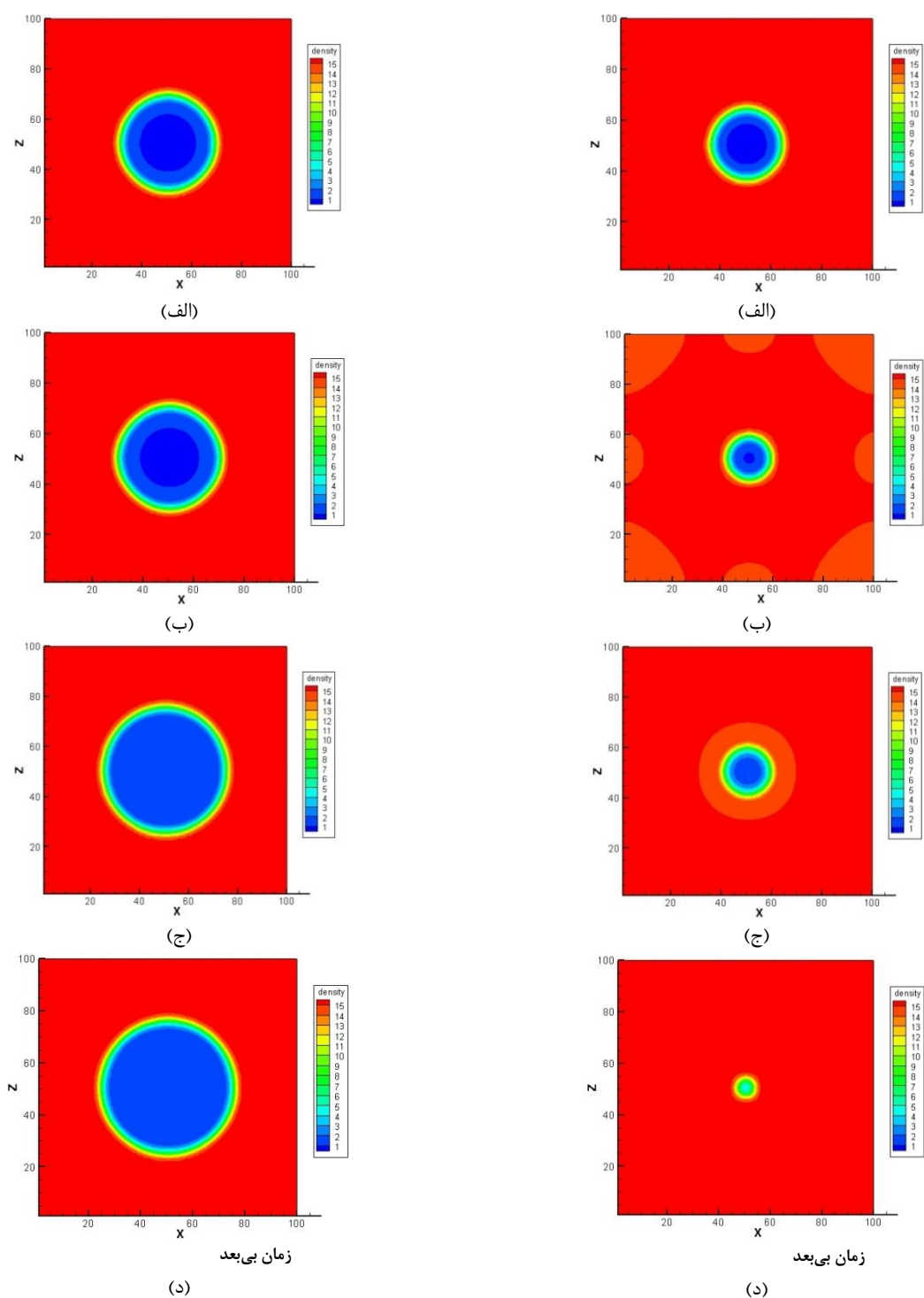


(د)

شکل ۱ نتایج شبیه‌سازی پدیده ناپایداری ریلی-تیلور با عدد آتوود ۰.۵ و عدد رینولدز ۲۶۵ در زمان‌های ال‌بی‌ام، (الف) ۲۰۰۰، (ب) ۳۴۰۰، (ج) ۴۶۰۰ و (د) ۵۰۰۰.

#### ۲-۴. کاواک‌زایی همگن

برای ایجاد کاواک‌زایی، معادله حالت پنگ-رابینسون بکار گرفته شده است. در ابتدا در تمام دامنه چگالی ۱۰ واحد ال‌بی‌ام انتخاب شد. این چگالی با توجه به نمودار تقریبی معادله حالت در ناحیه ناپایدار انتخاب می‌شود. شبکه ۱۰۰ در ۱۰۰ در ۱۰۰ بکارگیری شد. مرزها غیر از مرز  $x = 1$



شکل ۳ نمایش برشی صفحه شامل محورهای  $x$  و  $z$  از شبکه سه- بعدی ۱۰۰ در ۱۰۰ در ۱۰۰ با شعاع اولیه حباب ۱۵ واحد ال‌بی‌ام در زمان‌های، الف) ۱۰، ب) ۵۰، ج) ۱۰۰ و د) ۱۵۰ واحد زمانی ال‌بی‌ام.

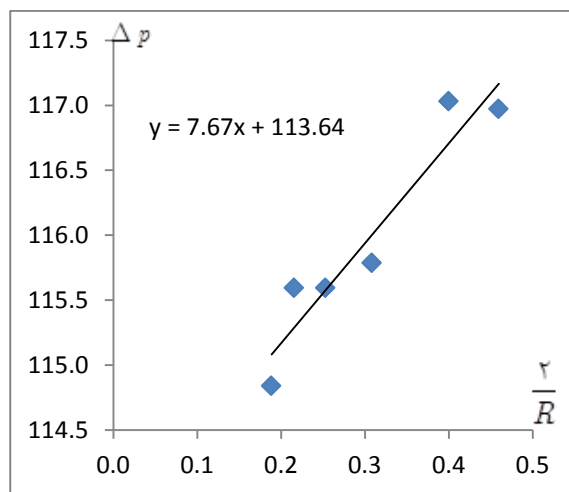
شکل ۴ نمایش برشی صفحه شامل محورهای  $x$  و  $z$  از شبکه سه- بعدی ۱۰۰ در ۱۰۰ در ۱۰۰ با شعاع اولیه حباب ۱۸ واحد ال‌بی‌ام در زمان‌های، الف) ۱۰، ب) ۵۰، ج) ۱۰۰ و د) ۱۵۰ واحد زمانی ال‌بی‌ام.

## ۴-۴. استخراج کشش سطحی

یک راه کار بدست آوردن کشش سطحی در شبیه‌سازی شبکه بولتزمن استفاده از رابطه لاپلاس است. برای این کار لازم است حباب‌های پایدار با شعاع‌های مختلف در مایع ایجاد شوند و فشار داخل و خارج روی مرز حباب با اندازه‌گیری پارامترهای لازم محاسبه شود. با اعمال این اعداد و استفاده از رابطه ۶ کمیت کشش سطحی بدست می‌آید.

$$p_{\text{میع}} - p_{\text{گاز}} = \frac{2S}{R} \quad (6)$$

در رابطه ۶،  $S$  کشش سطحی و  $R$  شعاع حباب هستند. در شکل ۵ برای مایع و گاز مورد استفاده در این تحقیق، کشش سطحی استخراج شده است. همان‌طور که در این شکل نیز ذکر شده است کشش سطحی ۷/۶۷ ال‌بی‌ام به‌دست آمده است. خطای مشاهده شده در نمودار (فاصله خط از نقاط) به دلیل پهن بودن مرز حباب و مایع در شبیه‌سازی فوق‌الذکر است. این پهنای ۴ الی ۵ نقطه می‌رسد و تعیین دقیق مرز حباب مقدور نیست.



شکل ۵ استخراج کشش سطحی بی‌بعد در شبیه‌سازی با شیوه شبکه بولتزمن معرفی شده در متن با استفاده از رابطه لاپلاس برای معادله حالت پنگ-رابینسون.

## ۵. نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی با شیوه شبکه بولتزمن سه-بعدی با ۱۲۱- سرعت همراه با الگوی دو-فاز شان-چن برای مطالعه اولیه کاواک‌زایی همگن و دگرگن صوتی موفق عمل کرد.

نشان داده شد که پیچیدگی‌های ایجاد شده از انتخاب ۱۲۱- سرعت و زمان اجرای طولانی ناشی از آن، با ایجاد الگوریتم و کد موازی و استفاده از سامانه محاسباتی مبتنی بر جی‌پی‌یو با توان محاسباتی بالا تا حد زیادی، قابل جبران است.

در این تحقیق با استفاده از معادله حالت پنگ-رابینسون و الگوی دو-فازی شان-چن، در ابتدا جدایش فاز بطور موفقیت‌آمیز ایجاد شده و براساس چگالی‌هایی که نتیجه شد، کاواک‌زایی دگرگن مورد مطالعه قرار گرفت. نشان داده شد که برای پایدار ماندن حباب‌ها نیاز است که به یک تراز انرژی برسند که این امر خود را با شعاع حباب نشان می‌دهد. حباب‌هایی که در مایع از یک حد مشخص کوچک‌تر باشند از بین می‌روند. با استفاده از قانون لاپلاس برای حباب، کشش سطحی مایع از نتایج شبیه‌سازی قابل استخراج است.

## ۶. فهرست منابع

- [1] M.C. Sukop, D. Or, "Lattice boltzmann method for homogeneous and heterogeneous cavitation," Physical Review E, vol. 71 pp. 046703, 2005.
- [2] G.R. McNamara, G. Zanetti, "Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata," Physical Review Letters, vol. 61, pp. 2332-2335, 1988.
- [3] A. Prosperetti, G.E. Tryggvason, "Computational Methods for Multiphase Flow," Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- [4] S. Succi, "The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond," Oxford: Clarendon Press, Oxford, 2001.
- [5] A.A. Mohamad, "lattice Boltzmann Method; Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes," London: Springer-Verlag, 2011.
- [6] M.C. Sukop, D.T. Thorne, "Lattice Boltzmann Modeling," Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2006.
- [7] M. Taeibi-Rahni, M. Daemi, H. Massah, "Numerical simulation of homogeneous and heterogeneous cavitation by lattice Boltzmann method," in 11th conference of Iranian aerospace society, Tehran, Iran, pp. 1-5, 2012.
- [8] G. Ruetsch, M. Fatica, "CUDA Fortran for Scientists and Engineers Best Practices for Efficient CUDA FORTRAN Programming," Santa Clara, CA: Elsevier Inc, 2014.

- [15] L. Chen, Q. Kang, Y. Mua, Y.L. He, W.Q. Tao, "A critical review of the pseudopotential multiphase lattice Boltzmann model: Methods and applications," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 76, pp. 210–236, 2014.
- [16] J. Siegel, "A CUDA optimized lattice Boltzmann method implementation using control-structure splitting techniques," in *electrical and computer engineering department*, University of Delaware, 2009.
- [17] C. Obrecht, F. Kuznik, B. Tourancheau, J.J. Roux, "Multi-GPU implementation of the lattice Boltzmann method," *Computational and Mathematics Applications Journal*, vol. 65, no. 2, pp. 252-261, 2013.
- [18] D.H. Sharp, "An overview of Rayleigh–Taylor instability," *Physica*, vol. 12 (D), pp. 3-18, 1984.
- [9] M. Taeibi-Rahni, M. Daemi, H. Massah, "Parallel processing of 121-velocity lattice Boltzmann method using Graphic Processing Unit (GPU)," in *13th conference of Iranian aerospace society*, Tehran, Iran, pp. 1-7, 2014.
- [10] X. He, L.-S. Luo, "Theory of the lattice Boltzmann method: from the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation," *Physical Review E*, vol. 56, no. 6, pp. 6811-6817, 1997.
- [11] X. He, L.-S. Luo, "A priori derivation of the lattice Boltzmann equation," *Physical Review E*, vol. 55, no. 6, pp. R6333, 1997.
- [12] X. He, L.-S. Luo, "Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation," *Physical Review E*, vol. 56, no. 6, pp. R6811, 1997.
- [13] X.B. Nie, X. Shan, H. Chen, "Galilean invariance of lattice Boltzmann models," *EPL*, vol. 81, pp. 34005, 2008.
- [14] X. Nie, X. Shan, H. Chen, "Thermal lattice Boltzmann model for gases with internal degrees of freedom," *Physical Review E*, vol. E 77, pp. R035701, 2008.

## A 121-velocity lattice Boltzmann method for acoustic cavitation simulation by GPU based parallel processing

M. Daemi<sup>1</sup>, M. Taeibi-Rahni<sup>\*1</sup>, H.R. Massah<sup>2</sup>

1. Dept. of Aerospace eng., Sharif Univ. of tech.  
2. Dept. of Physics, Ferdowsi Univ.

### Abstract

Cavitation, a phenomenon with its desirable and unpleasant effects, is always present in two-phase flows. A great deal of research has been devoted to two-phase flow. Due to its nature, sound while propagating in a liquid will probably cause cavitation in that liquid and will interact with bubbles in it. In this paper by lattice Boltzmann (LB) method, cavitation phenomenon in a liquid under the effect of an applied sound field is considered. Lattice Boltzmann method as a mesoscopic approach, while enjoying many advantages of macroscopic level, has established itself as a capable method in modern CFD. Of its important features, are parallelizability and its easy utilization for complex boundary conditions. In this study, the power of this method is illustrated in investigating an acoustic cavitation by a 121-velocity lattice Boltzmann method using a Shan-Chen two-phase model. Although, this method has better conformity with physics of this problem but it requires more computational time than current LB methods. Utilizing the graphic processing unit (GPU) technology will compensate the long computational time required for this proposed LB model.

**Keywords:** Acoustic cavitation, 121-velocity lattice Boltzmann (LB) method, Graphic processing unit (GPU)

pp. 13-20 (In Persian)

---

\* Corresponding author E-mail: taeibi@sharif.edu