تحلیل و تعیین شبه‌سنج‌های مؤثر بر کارآیی جهت‌یابی در آرایه‌های حسگری فروصدا

حامد صادقی*، امیر قاسمی

آزمایشگاه پردازش علائم صوتی

چکیده

اخیراً، آرایه‌های فروصدا به دلیل توانایی یگانه آن‌ها در پایش دوربُرد حوادث طبیعی و بشرگن (ساخت بشر) توسط پژوهشگران مورد توجه زیادی قرار گرفته‌اند. چون پیکربندی‌های مختلف هندسی دارای عملکرد متفاوتی برحسب احتمال آشکارسازی و نیز دقت جهت‌یابی می‌باشند، همواره این سوال مطرح بوده است که چینش بهینه برای یک آرایه فروصدا چه می‌باشد. در این مقاله سه شیوه برای ارزیابی عملکرد آرایه‌های حسگری میکروفونی فروصدا معرفی شده و در هر مورد، روابط تحلیلی مربوطه استخراج گردیده‌اند. اول، شیوه موسوم به چگالی طیف توان بسآمد- عددموج به‌عنوان معیاری معروف جهت سنجش عملکرد آشکارسازی آرایه توصیف شده است. به‌عنوان شیوه دوم، بستگی- جهتی ضریب هم‌دوسی میانگین روی آرایه، برای اندازه‌گیری (دقت آشکارسازی) کارآیی پیشنهاد گردید. در آخر هم، به عنوان معیار عملکردی میزان عدم‌قطعیت در تخمین پارامترهای موج دریافتی توسط آرایه پیشنهاد گردیده است. سپس با استفاده از شیوه‌های پیشنهاد شده، عملکرد با چینش‌های مختلف آرایه‌ها با انجام شبیه‌سازی‌های متعدد بررسی گردیدند. نتایج این مقاله خصوصیات لازم راهبرد یک پیکربندی بهینه جهت به‌کارگیری آرایه‌های فروصدا را تبیین می‌کنند.

واژگان کلیدی: هندسه آرایه، آرایه میکروفون، پیکربندی بهینه، فروصدا.

۱. مقدمه

فروصدا[1] به امواج صدای با بسامد کم‌تر از ۲۰ هرتز اطلاق می‌شود [۱] که به‌دلیل محتوای بسامدی پایین، قادر به طی مسافت‌های نسبتاً طولانی است و لذا با آشکارسازی آن‌ها می‌توان از فواصل دور به‌وقوع پدیده‌های مولد صداهای بسآمد-پایین، شامل پدیده‌های طبیعی و غیرطبیعی سهمگین از جمله زمین‌لرزه‌ها، فعالیت‌های آتش‌فشانی، سقوط بهمن، انفجار خطوط لوله نفت و گاز، ورود شهاب‌سنگ‌ها، وقوع انفجارات و غیره پی برد [۱-۳]. به‌همین دلیل، آشکارسازی پدیده‌های مذکور و نیز جهت‌یابی محل رخداد آن‌ها دارای اهمیت به‌سزایی می‌باشد [۳-۹] که برای این منظور از آرایه‌های حسگری خاصی به‌منظور ثبت و پردازش علائم دریافتی، موسوم به آرایه‌های فروصدا[2]، بهره‌برداری می‌گردد. این آرایه‌ها از چندین حسگر صدا (میکروفون)، رقومی‌کننده‌ها، فوم‌ها و/ یا تجهیزات کاهش نوفه، تجهیزات هواشناسی (شامل حسگرهای سرعت و جهت باد، فشار مطلق، دما و رطوبت)، زیرسامانه مخابراتی و سایر تجهیزات جانبی تشکیل می‌شوند [۱۱]. از آن‌جایی‌که وظیفه اصلی آرایه فروصدا، جهت‌یابی منابع مولد صوتی است، لذا چگونگی پیکربندی آرایه به‌گونه‌ایی که بهترین کارآیی جهت‌یابی حاصل گردد، یکی از موضوعات تحقیقاتی بسیار مهم و در عین حال چالش‌برانگیز در حوزه پردازش علائم فروصدا می‌باشد [۱۲].

کارآیی آرایه‌های فروصدا به میزان حساسیت حسگرهای آرایه، شرایط هواشناختی منطقه استقرار آرایه، نسبت علامت-به-نوفه[3] امواج دریافتی در هر حسگر و از همه مهم‌تر، به موقعیت حسگرها نسبت به یکدیگر بستگی دارد. به‌عبارت دیگر، نوع پیکربندی آرایه (نحوه چینش حسگرها) بر عملکرد آن در آشکارسازی، تخمین پارامترهای موج دریافتی (راستای ورود و سرعت ظاهری موج) و جهت‌یابی منابع فروصدا تأثیر مستقیم و به‌سزایی دارد.

تعیین بهترین موقعیت مکانی نسبی حسگرها، مسئله مهم و

* نویسنده پاسخگو: h.sadeghi@mail.ru

[1] Infrasound

[2] Infrasound arrays

[3] SNR; Signal-to-Noise Ratio

پیچیده‌ایی است که تاکنون یک معیار منحصربه‌فرد برای آن ارائه نشده است. به‌طور کلی برای استخراج معیار طراحی چینش هندسی آرایه، ابتدا باید آن دسته از پارامترهای الگوریتم جهت‌یابی که به پیکربندی آرایه وابسته هستند شناسایی گردیده و سپس با تعریف یک معیار مناسب، نحوه تأثیرگذاری چینش آرایه بر آن پارامترها (به‌طور معادل، بر عملکرد روش جهت‌یابی) را الگوسازی نمود. برای نیل به این هدف، تاکنون پژوهش‌های بسیاری جهت استخراج معیاری مناسب برای الگوسازی رفتار آرایه‌های فروصدا (یا به‌طور معادل، ارزیابی پیکربندی‌های مختلف) انجام شده که به معرفی سه معیار عمده منجر گردیده است؛ (۱) معیار چگالی طیف توان بسامد- عددموج (اِف‌دابلیوپی‌اِس‌دی)[1] [۴، ۱۰، ۱۳] یا به‌اختصار معیار تابع پاسخ آرایه؛ (۲) معیار ضریب هم‌دوسی میانگین روی آرایه[2] [۱۴]؛ و (۳) معیار عدم‌قطعیت[3] در تخمین پارامترهای موج دریافتی در آرایه [۵]. هر یک از این معیارها از منظری خاص به بررسی تأثیر نحوه چینش حسگرها بر عملکرد آرایه می‌پردازند.

در این مقاله سه معیار فوق معرفی و روابط هر یک استخراج می‌گردند. هم‌چنین روش‌هایی ارائه می‌شوند تا بتوان به کمک آن‌ها برخی از این معیارها را به‌طور کیفی با توجه به پیکربندی آرایه و بدون انجام محاسبات، پیش‌بینی نمود. در نهایت نیز عملکرد آرایه‌های با چینش‌های مختلف به سه روش فوق تحلیل و مقایسه خواهند شد.

ساختار ادامه مقاله بدین شرح است. ابتدا در بخش ۲ الگوی سامانه آرایه فروصدا و سایر فرضیات توضیح داده می‌شود. در بخش ۳ روش‌های ارزیابی عملکرد آرایه تشریح می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی‌ها در بخش ۴ ارائه و بحث می‌گردند. در بخش ۵ نیز نتایج مقاله مرور خواهند شد.

۲. الگوی سامانه و تعاریف اولیه

فرض می‌شود که آرایه حسگری دارای یک چینش هندسی مشخص بوده و از تعدادی حسگر فروصدا با فواصل نسبی ثابت تشکیل شده است. هم‌چنین فرض می‌شود که فاصله منبع مولد صدا بسیار دور از آرایه بوده به‌گونه‌ای که الگوی جبهه‌موج دریافتی در آرایه را بتوان به‌صورت تخت[4] در نظر گرفت. به‌علاوه فرض بر این است که دقت رقومی‌کننده‌های حسگرها ۱۶ تا ۲۴ بیت می‌باشد.

در این مقاله، منظور از سرعت ظاهری[5]، پارامتری از موج فروصدا است که، با آرایه موازی می‌باشد که در حالت آرایه‌های مسطح، با سرعت اثر[6] برابر است. در انتها خاطر نشان می‌گردد که یافتن یک پیکربندی بهینه برای تعداد مشخصی میکروفون، به معنی پایان کار طراحی چینش آرایه برای یک مکان خاص مورد نظر نیست؛ چرا که در عمل عوامل محدودکننده‌ای وجود دارند که احتمال پیاده‌سازی آرایه با پیکربندی بهینه را پایین می‌آورند. به عنوان مثال ممکن است در منطقه انتخاب‌شده برای پیاده‌سازی آرایه، امکان استقرار چینش بهینه به دلیل ویژگی‌های جغرافیایی آن منطقه خاص وجود نداشته باشد که در این صورت باید با استفاده از معیارهای معرفی‌شده در این مقاله، پیکربندی‌هایی که امکان پیاده‌سازی در منطقه دارند را مقایسه و در نهایت بهترین چینش را انتخاب نمود.

۳. مروری بر معیارهای ارزیابی عملکرد آرایه‌های فروصدا

۳-۱. طیف توان بسامد- عددموج (الگوی پاسخ آرایه)

توسط این معیار می‌توان عملکرد آرایه را از لحاظ قدرت تفکیک‌پذیری[7] (دقت تشخیص جهت رسید[8] و سرعت ظاهری[9] موج)، میزان جهت‌مندی[10] (حساسیت آرایه نسبت به امواج دریافتی در زوایای سمت مختلف)، الیاسینگ[11] (وجود لوب‌های جانبی در نمودار پاسخ آرایه) و نیز امکان تشخیص امواج با نسبت علامت- به- نوفه‌ی پایین، مورد ارزیابی قرار داد.

در این روش، منظور از تابع پاسخ آرایه، در واقع تابع چگالی طیفی توان موج رسیده به آرایه در فضای بسامد- عددموج[12] (یا کُندی[1]) است که ارزیابی و ترسیم می‌گردد.

[1] FWPSD; Frequency-Wavenumber Power Spectral Density
[2] Array-averaged coherence coefficient
[3] Uncertainty
[4] Plane
[5] Apparent sound speed
[6] Trace velocity
[7] Resolution
[8] Direction of arrival
[9] Trace velocity
[10] Directivity
[11] Aliasing
[12] Wave-number

چگالی طیف توان بسامد- عددموج (اِف‌دابلیوپی‌اِس‌دی)، یا به اصطلاح چگالی طیفی f-k، اطلاعات مفیدی راجع به محتوای بسامدی میدان‌موج به‌ازای جهت‌ها و سرعت‌های برداری مختلف ارائه می‌دهد.

۳-۱-۱. تعریف چگالی طیفی f-k

فرض کنید یک موج تخت تک‌فام با دامنه واحد، با بسامد $f_{\cdot}$ هرتز (متناظر با بسامد زاویه‌ای $\omega_{\cdot}$ برحسب رادیان بر ثانیه)، عددموج $\vec{k}_{\cdot} = \left(k_{\cdot x}, k_{\cdot y}, k_{\cdot z}\right)$ بر حسب رادیان بر متر، و بنابراین سرعت فاز[2] ثابت، یک آرایه حسگری را از یک جهت مشخص در فضای سه- بعدی می‌پیماید. در این صورت، اندازه‌گیری جبهه‌موج متناظر در زمان t و موقعیت برداری $\vec{r} = (x, y, z)$ عبارت خواهد بود از [۱۳]:

$$g(t,\vec{r}) = e^{i\left(۲\pi f_{\cdot} t - \vec{k}_{\cdot}.\vec{r}\right)} = e^{i\omega_{\cdot}\left(t - \vec{p}_{\cdot}.\vec{r}\right)}, \qquad (۱)$$

که در آن $\vec{p}_{\cdot} = \left(p_{\cdot x}, p_{\cdot y}, p_{\cdot z}\right)$ بردار کُندی و $i = \sqrt{-۱}$ می‌باشند.

تبدیل فوریه این علامت به‌صورت زیر خواهد بود:

$$G(f,\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t,\vec{r}) e^{-i۲\pi f t} dt, \qquad (۲)$$

که در آن f بسامد است. حال اِف‌دابلیوپی‌اِس‌دی برای میدان‌موج همگن تصادفی[3] رابطه‌ی (۱) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} G(f;k_x,k_y) &= \iiint_{-\infty}^{\infty} G(f,\vec{r}) e^{i(\vec{k}.\vec{r})} dx dy dz, \\ &= \iiint \int_{-\infty}^{\infty} g(t,\vec{r}) e^{i\left(\vec{k}.\vec{r} - ۲\pi f t\right)} dt dx dy dz, \end{aligned} \qquad (۳)$$

که در آن $\vec{k} = \left(k_x, k_y, k_z\right)$ بردار عددموج با دامنه $|\vec{k}|$، معادل با $۲\pi/\lambda$، می‌باشد.

با جای‌گذاری رابطه‌های (۱) و (۲) در رابطه‌ی (۳)، چگالی طیفی f-k به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$G(f,k_x,k_y,z) = \delta\left(f - f_{\cdot}\right)\delta\left(k_x - k_{\cdot x}\right)\delta\left(k_y - k_{\cdot y}\right)e^{-ik_{\cdot z}z}, \qquad (۴)$$

که برای z=۰، یعنی ریزفشارنگارهای مستقر در سطح زمین و در یک صفحه افقی، به‌صورت زیر ساده خواهد شد:

$$G(f,k_x,k_y) = G(f,\bar{k}) = \delta\left(f - f_{\cdot}\right)\delta\left(k_x - k_{\cdot x}\right)\delta\left(k_y - k_{\cdot y}\right) \qquad (۵)$$

لذا مقدار بیشینه $G(f,\bar{k})$ در $f = f_{\cdot}$ و $\bar{k} = \bar{k}_{\cdot}$ بدست می‌آید، درحالی‌که برای تمامی مقادیر دیگر بسامد و عددموج، صفر است.

۳-۱-۲. محاسبه تابع پاسخ آرایه

حال به مسئله عمومی میدان‌موج غیرتک‌فام پرداخته می‌شود. از آن‌جایی‌که استقرار یک آرایه با N حسگر به‌معنای نمونه‌برداری مکانی از موج دریافتی در N نقطه مکانی مختلف است، لذا در عمل نمی‌توان از رابطه‌ی پیوسته (۳) برای محاسبه‌ی اِف‌دابلیوپی‌اِس‌دی استفاده نمود و باید از فرم گسسته‌ی آن استفاده کرد [۴]. برای این منظور ابتدا فرض کنید تبدیل فوریه زمانی علامت خروجی حسگر j-اُم در یک بازه زمانی مشخص توسط $G(\omega,\vec{r}_j) = A_j(\omega)e^{i\varphi_j(\omega)}$ نمایش داده شود که در آن $\omega = ۲\pi f$ بسامد زاویه‌ایی است. هم‌چنین یک آرایه با N حسگر وجود دارد که موقعیت آن‌ها توسط بردارهای $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ $(i = ۱, \dots, N)$ نسبت به یک مبدأ دلخواه مشخص می‌شوند. در این‌صورت طیف توان داده‌های خروجی آرایه در حوزه f-k به‌شکل گسسته به‌صورت زیر تعریف می‌گردد [۴]:

$$P(\omega,\vec{k}) = \sum_{j=۱}^{N}\sum_{m=۱}^{N} w(\vec{r}_j) w(\vec{r}_m) S_{jm}(\omega) e^{i\vec{k}.(\vec{r}_j - \vec{r}_m)}, \qquad (۶)$$

که نمونه‌برداری مکانی توسط N کنترل شده و در آن $P(\omega,\vec{k})$ تخمین $G(\omega,\vec{k})$، تابع وزنی $w(\vec{r}_i)$ میزان حساسیت حسگر i-اُم، و

$$\begin{aligned} S_{jm}(\omega) &= G^*(\omega,\vec{r}_j).G^*(\omega,\vec{r}_m) \\ &= A_j(\omega)e^{-i\varphi_j(\omega)}A_m(\omega)e^{i\varphi_m(\omega)} \end{aligned} \qquad (۷)$$

طیف متقابل[4] بین حسگرهای j و m در حوزه بسامد می‌باشند. واضح است که اختلاف فاز بین داده‌های ثبت‌شده

[1] Slowness

[2] Phase velocity

[3] یعنی اگرچه محتوای بسامدی آن تصادفی است، لیکن توان بسامدهای میدان‌موج در فضا نامتغیر است؛ که معادل با یک میدان‌موج ایستان است.

[4] Cross spectrum

توسط حسگرهای j و m در طیف متقابل $S_{jm}(\omega)$ مستتر می‌باشد.

از سوی دیگر با فرض یکسان بودن حساسیت تمام حسگرها نسبت به یکدیگر می‌توان $w(\vec{r}_j) = ۱$ و $w(\vec{r}_m) = ۱$ قرار داد. لذا با جای‌گذاری رابطه‌ی (۷) در رابطه‌ی (۶)، رابطه ۸ حاصل می‌شود:

$$P(\omega,\vec{k}) = \sum_{j=۱}^{N} A_j(\omega)e^{-i[\varphi_j(\omega)-\vec{k}.\vec{r}_j]} \sum_{m=1}^{N} A_m(\omega)e^{i[\varphi_m(\omega)-\vec{k}.\vec{r}_m]} \qquad (۸)$$

که در واقع ضرب دو عبارت مختلط مزدوج در یکدیگر می‌باشد. لذا طیف توان f-k در نهایت به‌صورت زیر ساده خواهد شد:

$$P(\omega,\vec{k}) = \left|\sum_{j=۱}^{N} A_j(\omega)e^{i[\varphi_j(\omega)-\vec{k}.\vec{r}_j]}\right|^۲, \qquad (۹)$$

و یا

$$P(\omega,\vec{k}) = \left|\sum_{j=۱}^{N} G(\omega,\vec{r}_j)e^{i\vec{k}.\vec{r}_j}\right|^۲ \qquad (۱۰)$$

لذا برای هر عددموج $\vec{k}$ و بسامد زاویه‌ای ω، یک شیفت فاز مشخص نسبت به مکان مرجع $\vec{r} = (۰,۰,۰)$ انتظار می‌رود. به‌عبارت دیگر، برای یک علامت قوی با یک بسامد خاص در حال عبور از یک آرایه با سرعتی مشخص، اندازه مجموع (۸)، نسبت به مقدار طیف توان در سایر بسامدها و یا سرعت‌ها، بیش‌تر خواهد بود.

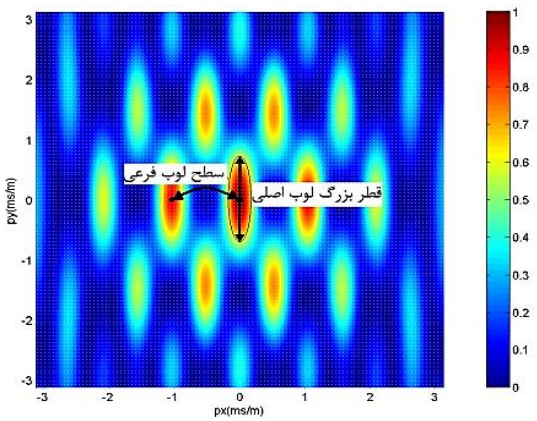
با بکارگیری تبدیل فوریه زمانی میدان‌موج سه‌بعدی دامنه-واحد تک‌فام رابطه‌ی (۱)، تخمین $G(\omega,\vec{k})$ عبارت خواهد بود از:

$$P(\omega,\vec{k}) = [\delta(\omega-\omega_0)]^۲ \left|\sum_{j=۱}^{N} e^{-i(\vec{k}-\vec{k}_.).\vec{r}_j}\right|^۲ \qquad (۱۱)$$

که در حالت حدی $(N \to \infty)$ به رابطه‌ی (۴) تبدیل خواهد شد. از روی این رابطه، الگوی پاسخ شکل‌دهی باریکه آرایه[1] یا «پاسخ آرایه» به‌صورت ذیل تعریف می‌گردد [۹]:

$$R(\omega,\vec{p}) \triangleq \left|\frac{۱}{N}\sum_{n=۱}^{N} e^{-i\omega(\vec{p}-\vec{p}_.).\vec{r}_n}\right|^۲ \qquad (۱۲)$$

که در آن $\vec{p}$ بردار کندی با اندازه $|\vec{p}|$، معادل با عکس اندازه بردار سرعت، می‌باشد. از آن‌جایی‌که افت‌وخیزهای ریزفشاری در یک صفحه افقی از سطح زمین اندازه‌گیری می‌شوند، لذا $\vec{r}_n$ ها تنها دارای پارامترهای افقی می‌باشند. به‌همین دلیل، در هنگام اجرای عملیات جستجوی بهترین باریکه، فقط پارامترهای افقی بردارهای کندی تغییر می‌کنند. این امر، رابطه $\vec{p}_. = \frac{۱}{\omega}(k_{.x},k_{.y})$ را به $\vec{p}_.$ کاهش می‌دهد. شایان ذکر است معمولاً پاسخ آرایه به‌ازای رسید موج تخت تک‌فام به‌صورت عمودی به صفحه آرایه محاسبه می‌شود که در این صورت، $\vec{p}_. = (۰,۰)$ خواهد بود.



شکل ۱ نمایش معیارهای تعریف شده برای ارزیابی عملکرد آرایه‌ها با استفاده از روش پاسخ آرایه.

در شکل ۱ یک تابع پاسخ آرایه مربوط به آرایه‌ی ۵ عنصری نمایش داده شده در شکل ۲ در بسامد ۱ هرتز به‌همراه سه معیار برای ارزیابی کمّی آرایه‌ها نشان داده شده است. با استفاده از این معیارها می‌توان آرایه‌های مختلف را بدون ترسیم تابع پاسخ آن‌ها با یکدیگر مقایسه نمود:

- معیار اول، قطر بزرگ لوب اصلی در جایی که مقدار پاسخ آرایه به نیمی از مقدار بیشینه برسد. این مقدار برای آرایه‌ی شکل ۲ برابر ۱٫۵۷ میلی‌ثانیه بر متر است.
- معیار دوم نسبت قطر بزرگ لوب اصلی به قطر کوچک آن. این مقدار نیز برای آرایه‌ی شکل ۲ برابر ۳٫۶۵ است.

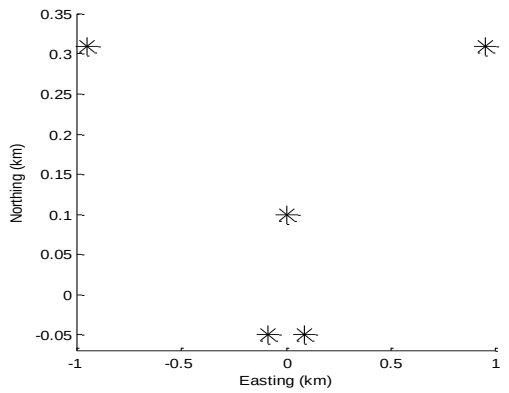
[1] Beamforming array response pattern

- معیار سوم، تراز لوب فرعی[1]: منظور از تراز لوب فرعی، بیشینه مقدار بزرگ‌ترین لوب فرعی است. این مقدار برای آرایه‌ی شکل ۲ برابر ۰٫۸۸ است.

معیار اول، میزان دقت آرایه را در تشخیص مشخصات علامت دریافتی نشان می‌دهد. هر چه پهنای لوب اصلی افزایش یابد، به دلیل حضور نوفه در علامت دریافتی، احتمال قرارگیری علامت در نقاط مختلف لوب اصلی و خطای تشخیص مشخصات علامت افزایش می‌یابد.

معیار دوم، میزان وابستگی آرایه را به جهت دریافت علامت برای شناسایی دقیق‌تر مشخصات علامت مشخص می‌کند. به عبارت دیگر اگر نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک لوب اصلی تابع پاسخ یک آرایه برابر یک باشد به آن معناست که دقت شناسایی مشخصات علامت برای آن آرایه مستقل از زاویه‌ی دریافت علامت است.

از آنجایی که در عمل علامت دریافتی با نوفه ترکیب شده است، این امکان وجود دارد، که علامت به اشتباه در محل یکی از لوب‌های فرعی شناسایی شود؛ در نتیجه هرچه تراز لوب فرعی (معیار سوم) برای یک آرایه کم‌تر باشد، امکان خطای آرایه را در این مورد کاهش می‌دهد.



شکل ۲ نمایش معیارهای تعریف شده برای ارزیابی کارآیی آرایه‌ها با استفاده از روش پاسخ آرایه.

۲-۳. هم‌دوسی فضایی[2] آرایه

از مهم‌ترین مشخصه‌های علائم دریافتی از یک موج، میزان هم‌بستگی علامت‌های دریافت شده در عناصر مختلف آرایه است. به‌طور خلاصه در این بخش با در نظر گرفتن تأثیر شرایط محیطی در ایجاد نوفه، میزان هم‌بستگی علائم دریافتی در عناصر آرایه نسبت به یکدیگر ارزیابی می‌شوند. برای این منظور، با تعریف پارامتری موسوم به ضریب هم‌بستگی میان‌گین آرایه‌ای، آرایه‌های با پیکربندی‌های مختلف براساس میزان هم‌دوسی علامت بین عناصر آرایه، مقایسه می‌شوند. برای محاسبه ضریب هم‌بستگی میان‌گین آرایه‌ای، ابتدا باید تخمین‌های هم‌دوسی بین تمام جفت ریزفشارنگارهای آرایه در بس‌آمدهای متعدد (بسامدهای متناظر با نقاط اوج در طیف بس‌آمدی علامت) محاسبه شوند. لذا هدف از محاسبه‌ی ضریب هم‌دوسی آرایه، ارزیابی میزان شباهت علامت‌های ثبت‌شده توسط حسگرهای آرایه (که به دلیل شرایط محیطی و وجود نوفه با یکدیگر متفاوت هستند) بوده تا بتوان میزان تأثیرگذاری عوامل مختلف را به‌خوبی الگو نمود.

فرض کنید برای یک زوج حسگر معین، طیف‌های توان‌خودی[3] $G_1(f)$ و $G_2(f)$ و نیز طیف توان متقابل[4] $G_{12}(f)$ با استفاده از پنجره هموارسازی هنینگ[5] محاسبه شده‌اند. در این صورت، هم‌دوسی $\gamma_{12}(f)$ در یک بسامد خاص به‌صورت اندازه طیف توان متقابل نرمالیزه‌شده بین علائم دو حسگر تعریف می‌گردد [۱۴]:

$$\gamma_{12}(f) = \frac{\left|G_{12}(f)\right|}{\sqrt{\left|G_1(f)G_2(f)\right|}}. \qquad (۱۳)$$

در منبع [۹] نشان داده شده است که هم‌دوسی فضایی به جهت موج ورودی وابسته است. به‌طور خاص مشخص شده است که در یک آرایه حسگری مختص امواج زیر ۲۰ هرتز (فروصدا)، هم‌دوسی بین علامت‌های ثبت‌شده در زوج‌عنصرهای هم‌جهت با انتشار موج به طور چشم‌گیری بیش از هم‌دوسی علامت‌های ثبت شده در زوج عنصرهای موازی با جبهه‌ی موج خواهد بود و هم‌دوسی سایر زوج‌عناصر نیز بین دو گروه اول و دوم قرار دارد [۱۴]. هم‌چنین در مرجع [۱۵] نشان داده شده است که در یک بسامد مشخص، کاهش هم‌دوسی در راستای جبهه‌موج غالباً ناشی از تغییر اندک در سمت[6] موج و کاهش هم‌دوسی در راستای انتشار موج غالباً ناشی از تغییر اندک

[1] SLL; Side Lobe Level
[2] Spatial coherency
[3] Autopower spectra
[4] Cross-power spectra
[5] Hanning smoothing window
[6] Azimuth

در سرعت انتشار موج می‌باشد. به‌طور خلاصه بر اساس نتایج موجود در منبع [۱۴]، افت تخمین‌های هم‌دوسی بین علائم ثبت‌شده توسط زوج‌عناصر یک آرایه فروصدا، برای زوج‌عناصر موازی (هم‌راستا) با جبهه‌موج بزرگتر از زوج‌عناصر واقع در جهت انتشار موج فروصدا (با دوره ۱۰ تا ۱۰۰ ثانیه) است.

۳-۲-۱. بستگی جهتی ضریب هم‌دوسی

در منبع [۱۴] برای پیش‌بینی هم‌دوسی بین دو عنصر که اندازه‌گیری‌های تجربی را نیز توجیه نماید، رابطه‌ای به‌صورت زیر تحت فرض‌های $G(f,k_x)=1$ و $G(f,k_y)=1$ استخراج شده است:

$$\gamma(\bar{r},T)=\sqrt{\left|\frac{\sin\left(\frac{2\pi x\,\sin\Delta\theta}{cT}\right)}{\frac{2\pi x\,\sin\Delta\theta}{cT}}\right|^2\left|\frac{\sin\left(\frac{2\pi y\Delta c}{cT(c+\Delta c)}\right)}{\frac{2\pi y\Delta c}{cT(c+\Delta c)}}\right|^2} \qquad (۱۴)$$

که در آن $\gamma(\bar{r},T)$ هم‌دوسی، T دوره تناوب موج، $\bar{r}$ بردار واصل زوج‌عنصر، x و y مؤلفه‌های مختصاتی $\bar{r}$ به‌ترتیب در راستای جبهه‌ی موج و انتشار موج، c سرعت فاز میان‌گین موج (که برای موج فروصدا تقریباً ۰٫۳۲ کیلومتر بر ثانیه است) و Δc و Δθ میزان تغییر سرعت ظاهری و زاویه‌ی رسید موج در هنگام انتشار است. بر اساس رابطه بالا در یک بسامد مشخص، کاهش هم‌دوسی در راستای جبهه‌موج غالباً ناشی از تغییر اندک در سمت موج و کاهش هم‌دوسی در راستای انتشار موج غالباً ناشی از تغییر اندک در سرعت انتشار موج می‌باشند.

هم‌چنین از رابطه‌ی (۱۴) مشاهده می‌شود که برای y =۰ هم‌دوسیِ موازی با جبهه‌ی موج تابعی از پراکنش زاویه‌ای[1] است و به طور مشابه برای x= ۰ هم‌دوسیِ عمود بر جبهه‌ی موج تابعی از پراکنش سرعت[2] است [۴]. هم‌چنین براساس رابطه‌ی (۱۴) باید توجه کرد که هم‌دوسی در جهت انتشار موج، به مقادیر کمینه و بیشینه سرعت بستگی ندارد و فقط به بُرد تغییرات سرعت (Δc) وابسته است [۴]. لذا می‌توان این‌طور بیان نمود که این رابطه تابعی از زاویه‌ی واقعی تابش موج نسبت به زوج‌عنصر است زیرا x و y به‌ترتیب، مقادیر تصویر $\bar{r}$ در راستای جبهه‌ی موج و انتشار موج هستند.

همان‌طور که مشخص است، رابطه‌ی (۱۴) حساسیت بالایی نسبت به تغییرات Δc و Δθ دارد. در منبع [۴] با رسم منحنی‌های هم‌دوسی- جدایش فضایی رابطه‌ی (۱۴) و سپس انطباق اندازه‌گیری‌های تجربی بر روی آن‌ها، نشان داده شده است که برای دوره‌های تناوب بین ۱۰ تا ۱۰۰ ثانیه، افت هم‌دوسی:

- در جهت جبهه‌موج، به‌طور عمده ناشی از تغییرات زاویه‌سمت (Δθ) بین ۴± و ۶± درجه است؛ و
- در جهت انتشار، به‌طور عمده ناشی از تغییرات سرعت (Δc) بین ۱۰± و ۱۵± درجه متر بر ثانیه می‌باشد.

برای مطالعه جهت‌مندی هم‌دوسی فضایی یک زوج‌عنصر، در منابع [۱۱] و [۱۶] پیشنهاد شده است که برای بسامدهای بالای یک هرتز، با قراردادن $\Delta\theta=5^o$ و $\Delta c=15m/s$ در رابطه‌ی (۱۴) نمودارهای هم‌دوسی بر حسب دوره‌های تناوب مختلف رسم گردد. در جدیدترین پژوهش [۱۷]، نتایج بکارگیری این مقادیر برای چند آزمون تجربی مختلف ارزیابی شده‌اند. بر این اساس، پیشنهاد شده است که برای الگوسازی پدیده‌هایی با بسامدهای بین ۰٫۵ تا ۱ هرتز، مقادیر $\Delta\theta=4.5^o$ و $\Delta c=14$ متر بر ثانیه بکار روند [۱۷].

لازم به ذکر است همان‌طور که در منبع [۱۱] مطرح شده است رابطه‌ی (۱۴) تا زمانی معتبر است که توابع سینک[3] استفاده شده در این رابطه از اولین صفر خود عبور نکنند چرا که پس از آن با افزایش فاصله‌ی دو عنصر یا افزایش بسامد، اندازه‌ی سینک و متقابلاً مقدار رابطه‌ی (۱۴) رو به افزایش می‌گذارد که این برخلاف چیزی است که در واقعیت به وقوع می‌پیوندد. ضریب هم‌دوسی میان‌گین روی آرایه

همان‌طور که بیان شد، رابطه‌ی (۱۴) در حقیقت کمینه و بیشینه هم‌دوسی علامت دریافتی از یک راستای خاص را تعیین می‌کند که در آن، کران بالا توسط زوج‌حسگرهای هم‌راستا با جهت انتشار موج و کران پایین توسط زوج‌حسگرهای هم‌راستا با جبهه‌موج مشخص می‌گردد. لیکن در عمل وقتی می‌توان مقدار هم‌دوسی میان زوج‌عناصر را با منحنی‌های کران بالا و پایین، که از رابطه‌ی

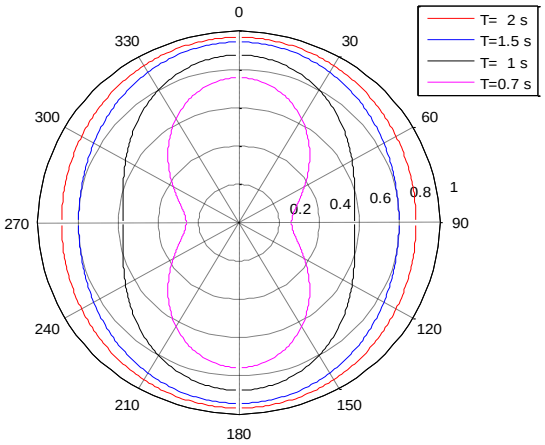
[1] Angular scatter
[2] Velocity scatter
[3] Sinc

(۱۴) به‌دست آمده (ارائه شده در منبع [۱۴])، پیش‌بینی نمود که در یک آرایه‌ی بزرگ، بتوان زوج‌عناصری با خطوط واصل عمود و موازی با جبهه‌ی موج یافت. لذا واضح است که این روش در کاربردهایی که مبتنی بر داده‌های مستخرج از آرایه‌ای با تعداد کم یا هیچ زوج‌عنصر در راستای موازی یا عمود بر جبهه‌موج باشند، دچار مشکل می‌شود. در نتیجه در این حالت باید تصحیح‌هایی بر روی هم‌دوسی‌های مشاهده شده از سایر زوج عناصر که موازی یا عمود با جبهه موج نیستند اِعمال نمود تا به تخمین مقادیر هم‌دوسی زوج‌عناصر موازی و عمود دست یافت. چون این تخمین دارای خطا است، به همین دلیل در منبع [۱۶] تلاش شده است تا رابطه‌ای برای حل این مشکل پیشنهاد گردد.

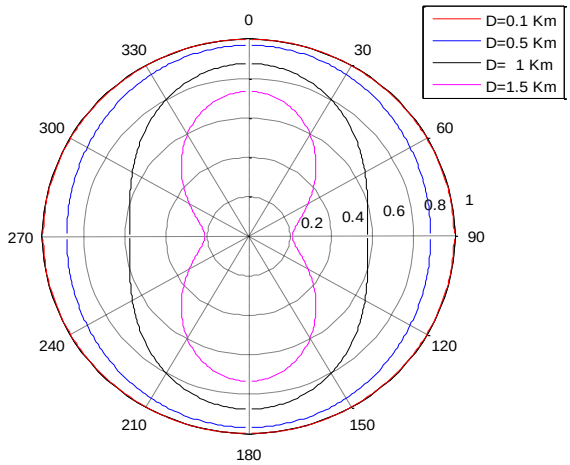
در منبع [۱۶] ابتدا رابطه‌ی (۱۴) را برحسب تغییرات زاویه سمت و به‌ازای طول‌های مختلف واصل زوج‌عناصر، در بسامدهای مختلف محاسبه کرده‌اند که در شکل ۳ مشاهده می‌گردد. این نتایج نشان می‌دهد که در بسامدهای پایین و در حالتی که فاصله‌ی بین زوج‌عناصر کم باشد، مقدار هم‌دوسی بالاتر بوده و منحنی تغییرات هم‌دوسی نیز هم‌سان‌گرد[1] است. با افزایش بسامد یا افزایش فاصله‌ی بین دو حسگر، نمودار تغییرات هم‌دوسی ناهم‌سان‌گرد[2] شده و مقدار هم‌دوسی نیز کاهش می‌یابد [۱۶].

در شکل ۳ هم‌دوسی پیش‌بینی‌شده بین دو حسگر برای تمام سمت‌های علامت و به‌ازای یک دوره‌تناوب مفروض، توسط رابطه‌ی (۱۴) مشخص می‌گردد که در آن زاویه‌سمت نسبت به جهت تعریف‌شده توسط بردار واصل $\bar{r}$ اندازه‌گیری می‌گردد. بنابراین می‌توان هم‌بستگی‌های پیش‌بینی‌شده برای هر زوج حسگر در یک آرایه را در یک دستگاه مختصات قطبی مشترک محاسبه نمود؛ که در آن سمت (φ) با چرخاندن توزیع سمتی[3] تعریف‌شده به‌وسیله رابطه (۱۴) در جهت بردار واصل زوج حسگر $\bar{r}_{ij}$، نسبت به شمال جغرافیایی، مشخص می‌شود. در این صورت با محاسبه هم‌دوسی‌های تمام زوج حسگرهای i و j آرایه در مختصات‌های چرخانده‌شده، موسوم به $\tilde{\gamma}_{ij}(\varphi,T)$، و میانگین‌گیری روی تمام زوج‌عناصر آرایه، ضریب هم‌دوسی میانگین نرمالیزه‌شده را به‌ازای تمام سمت‌پشت‌های موج تعریف نمود [۱۶]:

$$\bar{\gamma}(\varphi,T)=\frac{۲}{N(N-۱)}\sum_{j>i}^{N}\tilde{\gamma}_{ij}(\varphi,T) \qquad (۱۵)$$



(الف)



(ب)

شکل ۳ هم‌دوسی علامت پیش‌بینی‌شده برای زوج‌حسگر برای تغییرات سمت موج دریافتی برحسب (الف) دوره‌تناوب موج T و (ب) فاصله زوج‌عنصر D. بردار واصل دو حسگر در راستای صفر درجه در نظر گرفته شده است و سمت، زاویه‌ی بین جهت انتشار موج و بردار واصل بین حسگرها می‌باشد. همچنین $\theta=۵^{o}$ و $\Delta c=۱۵$ متر بر ثانیه.

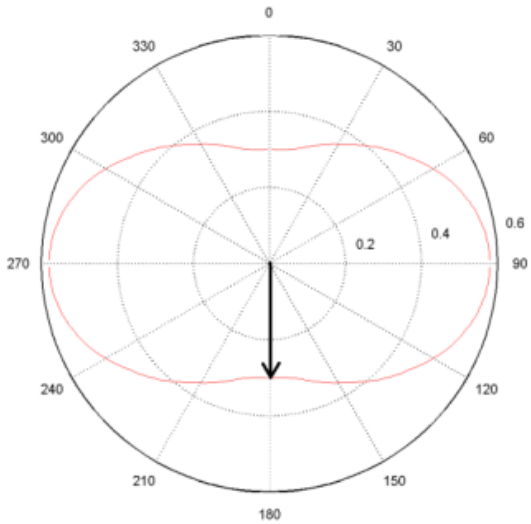
مزایای استفاده از توزیع قطبی ضریب هم‌دوسی میانگین عبارتند از: (الف) این ضریب، حاصل پارامتری کردن نظریه‌ی مک[4] و فلین[5] [۱۴] بوده و در واقع، یک مشخصه

[1] Isotropic
[2] Anisotropic
[3] Azimuthal distribution
[4] Mack
[5] Flinn

یکتا برای هر پیکربندی آرایه و دوره تناوب خاص است (ب) هر زوج‌حسگر آرایه، برای تمام جهات سمت‌پشتی موج، در ضریب هم‌دوسی میانگین پیش‌بینی‌شده مشارکت دارند و (ج) ضریب هم‌دوسی میانگین مشاهده‌شده از هر منبع فروصدایی را می‌توان به‌طور مستقیم با پیش‌بینی‌های نظری در یک نمودار مشابه مقایسه نمود.

با محاسبه‌ی ضریب هم‌دوسی میانگین برای پیکربندی‌های مختلف، مشاهده می‌شود که برای آرایه‌های روزنه کوچک، $\bar{\gamma}(\varphi,T)$ در جهت‌های مختلف مقدار بزرگی داشته و شکل آن نیز هم‌سان‌گرد خواهد بود؛ چرا که ضرایب هم‌دوسی زوج عناصر نیز اندازه‌ی بزرگی دارند و نسبت به تغییرات سمت، منحنی آن‌ها هم‌سان‌گرد است [۱۶].

در انتها خاطر نشان می‌گردد برای مقایسه کمّی چند آرایه با یکدیگر از نظر جهت‌مندی ضریب هم‌دوسی، معمولاً مقدار کمینه این ضریب را به عنوان معیار در نظر می‌گیرند. در شکل ۴ مقدار کمینه ضریب هم‌دوسی میانگین برای آرایه‌ی شکل ۲ در بسامد ۲ هرتز محاسبه گردیده که مقدار آن ۰٫۳ است.



شکل ۴ منحنی مقدار کمینه‌ی ضریب هم‌دوسی میانگین که در این شکل برابر ۰٫۳ است.

۳-۳. میزان عدم‌قطعیت در تخمین پارامترهای موج دریافتی

هدف عمده پردازش آرایه‌ای، تخمین جهت ورود موج فروصدا (φ) و سرعت ظاهری (υ) آن است. از آن‌جایی‌که به‌دلیل حضور همیشگی نوفه باد و ناهمسانی جوّی، تعیین دقیق φ و υ بسیار پیچیده است، در این بخش روشی جهت تعیین اطمینان آماری[1] تخمین‌های φ و υ برای حالتی که موقعیت منبع (همانند خصوصیات جوّی بین منبع و آرایه) نامعلوم است، براساس پژوهش زوبرلا[2] و اولسون[3] در [۵]، معرفی می‌گردد. این روش با فرض تخت بودن موج ورودی به آرایه توسعه داده شده است. هم‌چنین فرض می‌گردد مجموعه تأخیرهای زمانی بین زوج حسگرهای آرایه قابل تخمین هستند (که معمولاً با یافتن تأخیرهای متناظر با بیشینه توابع هم‌بستگی متقابل استخراج می‌گردند) و این تأخیرهای زمانی توسط نوفه گوسی ناهم‌بسته مخدوش شده‌اند. سپس تأخیرهای زمانی مذکور، در یک معادله (حاصل از الگوسازی‌ها) وارد می‌شوند که با حل آن در چارچوب تساوی به‌مفهوم کم‌ترین مربعات (اِل‌اِس‌اِس)[4]، تخمینِ کندیِ علامت عبورکننده از آرایه به‌دست می‌آید. از روی این پاسخ، آمارگان φ و υ نیز به‌نوبه خود تعیین می‌گردند.

در روش مورد بحث در ادامه این بخش، ابتدا علت عدم‌تطابق تأخیرهای علائم ثبت‌شده در عناصر آرایه با تأخیرهای پیش‌بینی‌شده (ناشی از تحلیل‌های نظری) بررسی می‌گردد. این عدم‌تطابق بین تأخیرها می‌تواند موجب جابه‌جایی موقعیت موج دریافتی در طیف توان بسامد- عددموج و در نتیجه، تغییر در تخمین پارامترهای موج دریافتی گردد. محققین در منبع [۵] نشان داده‌اند که این عدم‌تطابق به دلیل نوفه‌ای است که بر روی علامت دریافتی سوار می‌شود به طوری که انحراف معیار این نوفه متناسب با عکس نرخ نمونه‌برداری از علامت دریافتی است. نتایج به دست آمده در منبع [۵] پس از آن در مقالات مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است اما به نظر می‌رسد بررسی روش آن‌ها با هدف یافتن علت عدم‌تطابق، ادامه نیافته است. در ادامه سعی می‌گردد روش ذکر شده در منبع [۵] معرفی گردد. نتایج روش مذکور در بخش ۴ بررسی خواهد شد.

به‌طور خلاصه، این روش تأثیر نوفه را بر میزان قطعیت پارامترهای اندازه‌گیری‌شده بررسی می‌نماید؛ بدین‌ترتیب

[1] Statistical confidence
[2] Szuberla
[3] Olson
[4] LSS; Least-Squares Sense

که برحسب یک سطح اطمینان مشخص، فضایی در اطراف مقادیر واقعی پارامترهای موج تعیین می‌گردد که ممکن است موج در فرآیند آشکارسازی، به‌اشتباه در هر یک از نقاط آن فضا شناسایی شود. البته در منبع [۵] اثرات چندمسیری[1] و چندمنبعی[2] در نظر گرفته نشده‌اند.

در ادامه، عدم‌قطعیت پارامترهای φ و υ برای یک آرایه دلخواه d-بُعدی (۳، ۲، ۱=d) شامل n حسگر محاسبه می‌شود. برای این آرایه تعداد $N = n\left(n-۱\right)/۲$ فاصله منحصربه‌فرد میان زوج‌عناصر وجود دارد که در مختصات کارتزی با $\mathbb{X}_{N\times d} = \begin{bmatrix} x_{۱۲} & y_{۱۲} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{(n-۱)n} & y_{(n-۱)n} & \cdots \end{bmatrix}$ نشان داده می‌شوند. در این رابطه، u_{ij} بیان‌گر تفاضل پارامتری u عنصرهای $i-$اُم و j-اُم می‌باشد ($u = x, y, z$، $i = ۱,۲, \dots, n-۱$ و $j = i+۱, \dots, n$).

عبور یک موج تخت (چه پهن‌باند و چه تک‌فام) از این آرایه، باعث تولید یک بردار تأخیر زمانی اندازه‌گیری‌شده N-بعدی $[\tau]_{N\times ۱}$ می‌شود که می‌تواند برای حل رابطه‌ی زیر (به‌منظور یافتن $[p]$) استفاده گردد [۵]:

$$[\tau]_{N\times ۱} = \mathbb{X}_{N\times d}[p]_{d\times ۱} + [\varepsilon_\tau]_{N\times ۱} \qquad (۱۶)$$

که در آن [p] تخمین d-بعدی بردار کُندی و $[\varepsilon_\tau]$ بردار خطای تأخیرهای زمانی اندازه‌گیری‌شده است. معادله بالا تحت قید کمینه‌سازی مجموع مجذور خطا[3] در [τ] حل می‌گردد. خاطر نشان می‌گردد علامت واقعی نیز توسط بردار کُندی نظری $\left[p_{.}\right]$ و تأخیر زمانی متناظر $\left[\tau_{.}\right]$ توصیف می‌شود.

۳-۳-۱. الگوهای آماری

۳-۳-۱-۱. توزیع تأخیرهای زمانی

با فرض اینکه خطاهای اندازه‌گیری تأخیرهای زمانی، $[\varepsilon_\tau]$، دارای توزیع نرمال حول $\left[\tau_{.}\right]$ هستند؛ کوواریانس $[\tau]$ ناهم‌بسته خواهد بود [۵]:

$$\mathbb{C}_\tau = \sigma_\tau^{۲}\mathbb{I}, \qquad (۱۷)$$

که در آن $\mathbb{I}$ ماتریس همانی و $\sigma_\tau^{۲}$ واریانس $[\tau]$ می‌باشند. لازم به ذکر است نتایج به دست آمده از بررسی‌های انجام شده در منبع [۵] نشان می‌دهد که معمولاً در آرایه‌های مسطح متعلق به سامانه بین‌المللی و برای منابع ضربه‌ای[4]، مقدار σ_τ از رابطه‌ی $\sigma_\tau \approx ۱/f_s$ قابل محاسبه است. با حل (۱۶) برای $[p]$ در اِل‌اِس‌اِس، پاسخ به صورت زیر خواهد بود [۵]:

$$[p] = \mathbb{C}^{-۱}\mathbb{X}^T[\tau], \qquad (۱۸)$$

که در آن

$$\mathbb{C} = \mathbb{X}^T\mathbb{X} \qquad (۱۹)$$

ماتریس کوواریانس فواصل میان زوج عناصر است.

از آن‌جایی‌که بردار تأخیر $[\tau]$ به‌صورت توزیع نرمال حول $[\tau_0]$ در فضای فواصل بین زوج عناصر (داده‌شده در $\mathbb{X}$) الگو شده است، توزیع آن عبارت است از [۵]:

$$f([\tau]) = \frac{۱}{\left(۲\pi\sigma_\tau^{۲}\right)^{N/۲}} exp\left(-\frac{۱}{۲\sigma_\tau^{۲}}\left([\tau] - \left[\tau_{.}\right]\right)^T \mathbb{I}\left([\tau] - \left[\tau_{.}\right]\right)\right). \qquad (۲۰)$$

۳-۳-۱-۲. توزیع تخمین‌های کندی

اکنون فرض کنید مانده بردار کندی به‌صورت زیر تعریف گردد:

$$[\tilde{p}] \triangleq [p] - \left[p_{.}\right] \qquad (۲۱)$$

با جای‌گذاری (۱۶) در (۲۰)، تابع چگالی احتمال d-بُعدی $[p]$ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$f([p]) = k\exp\left(-\left(\frac{۱}{۲\sigma_\tau^{۲}}\right)[\tilde{p}]^T\mathbb{C}[\tilde{p}]\right), \qquad (۲۲)$$

که باز هم گوسی می‌باشد. از آن‌جایی‌که هدف، یافتن سطوح با احتمال ثابت در تابع توزیع رابطه (۲۰) می‌باشد، لذا مقدار دقیق ثابت نرمالیزه‌سازی k اهمیتی ندارد. در

[1] Multipath
[2] Multiple source
[3] Sum-squared error
[4] Impulsive sources

توزیع گوسی، این سطوح به‌صورت بیضی هستند و به‌این روش می‌توان عدم‌قطعیت در $[p]$ را تعیین نمود.

فرض کنید ماتریس کوواریانس فواصل میان حسگرها را بتوان از طریق معادله مقادیر ویژه زیر، قطری‌سازی کرد:

$$\mathbb{D} = \mathbb{E}^T \mathbb{C} \mathbb{E}, \tag{۲۳}$$

که در آن $\mathbb{D}$ ماتریس قطری d×d شامل مقادیر ویژه $\mathbb{C}$ و نیز $\mathbb{E}$ ماتریس d×d متشکل از بردارهای ویژه $\mathbb{C}$ می‌باشند. با جای‌گذاری (۲۳) در (۲۲) و طبق قضیه قطری‌سازی تعامدی[1] خواهیم داشت [۵]:

$$f([p]) = k \exp\left(-\left(\frac{1}{2\,\sigma_\tau^2}\right)[\tilde{p}]^T \mathbb{E}\mathbb{D}\mathbb{E}^T[\tilde{p}]\right), \tag{۲۴}$$

$$= k \exp\left(-\left(\frac{1}{2\,\sigma_\tau^2}\right)[\hat{p}]^T \mathbb{D}[\hat{p}]\right), \tag{۲۵}$$

که در آن:

$$[\hat{p}] \triangleq \mathbb{E}^T[\tilde{p}], \tag{۲۶}$$

که می‌توان این‌طور تعبیر نمود که $[\hat{p}]$ نتیجه‌ی دوران مختصات بردار مانده‌های کندی $[p] - [p_.]$ در محورهای اصلی ماتریس کوواریانس فواصل بین زوج‌عناصر ($\mathbb{C}$) است.

برای محاسبه سطوح با احتمال ثابتِ تابع چگالی احتمال تخمین بردار کندی ($f[p]$)، باید جمله‌ی نمایی در رابطه‌ی (۲۲) را برابر مقادیر ثابت قرار دهیم. با انتخاب این ثابت به‌صورت $\Delta\chi^2_{d|q}$ (متغیر χ^2 با درجه آزادی d در تراز اطمینان[2] q)، بدیهی است که مقدار توان در بخش نمایی رابطه‌ی (۲۲)، معادله یک بیضی d-بُعدی را تعریف می‌کند [۵]:

$$\Delta\chi^2_{d|q} = \sum_{i=1}^{d} \frac{\hat{p}_i^2}{\sigma_{\hat{p}_i}^2}. \tag{۲۷}$$

که مرکز آن در $[p_.]$ بوده و قطرهای این بیضی هم‌راستای بردارهای ویژه $\mathbb{C}$ با طول،

$$\sigma_{\hat{p}_i}^2 = \sqrt{\frac{\sigma_\tau^2}{D_{ii}}} \tag{۲۸}$$

می‌باشند. چنانچه این بیضی در صفحه‌ی $\hat{p}_x$ و $\hat{p}_y$ رسم شود، مرکز آن مبدأ مختصات خواهد بود و در صورتی‌که در صفحه‌ی p_x و p_y رسم شود، به صورت یک بیضی مایل با مرکز $p_{.x}$ و $p_{.y}$ خواهد بود. در رابطه بالا D_{ii} عنصر سطر i- اُم و ستون i- اُم ماتریس $\mathbb{D}$ است. خاطر نشان می‌گردد برای مجموعه‌ای مفروض شامل تخمین‌های $[p]$ از $[p_.]$ (استخراج‌شده از رابطه‌ی (۱۸))، با تراز اطمینان q، هدف در این بیضی قرار دارد.

۳-۳-۱-۳. تفسیر هندسی عدم‌قطعیت

وقتی شکل بیضی در صفحه $[p]$ مشخص گردید، می‌توان عدم‌قطعیت متناظر با هر تراز اطمینان مورد نظری را تعیین نمود. با این وجود، ابزار دیگری نیز برای توصیف عدم قطعیت در حالت خاص d=۲ (آرایه مسطح) وجود دارد. این روش برای انجام تحلیل‌های عملی محققین، نسبت به توصیف آماری عدم‌قطعیت در راستای بردارهای ویژه ماتریس کوواریانس فواصل بین زوج‌حسگرها، مناسب‌تر است.

رابطه‌ی (۲۷) به‌ازای d=۲ (آرایه‌ی تخت) به‌صورت یک بیضی با مرکز $[p_.]$ قابل بیان است [۵]:

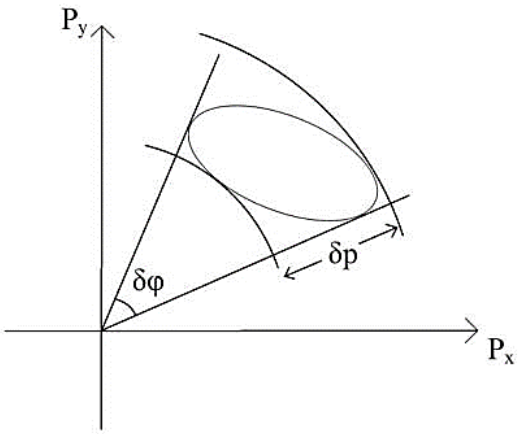
$$\Delta\chi^2_{d|q} = \hat{p}_x^2 \Big/ \sigma_{\hat{p}_x}^2 + \hat{p}_y^2 \Big/ \sigma_{\hat{p}_y}^2 \tag{۲۹}$$

آرایه مسطح آرایه‌ای است که مرتبه بزرگی[3] روزنه آن حداقل یک مرتبه بزرگ‌تر از ناهمواری‌های عمودی آن (تفاوت ارتفاع عناصر در راستای محور z) باشد. با فرض آرایه مسطح، عدم‌قطعیت‌های ناشی از هندسه‌ی غیرمسطح قابل چشم‌پوشی خواهند بود. برای آرایه‌های با غیرهم‌سطحی‌های بزرگ‌تر، پیشنهاد می‌شود کران‌ها با استفاده از شکل کامل معادله (۲۷)، همانند آنچه در ذیل می‌آید، به‌صورت عددی محاسبه شوند.

صرف‌نظر از بیضی‌هایی که شامل مبدأ مختصات می‌شوند و

[1] Orthogonal diagonalization
[2] Confidence level
[3] Order of magnitude

نشان‌دهنده رسیدهای هم‌زمان در عرض آرایه هستند، بیضی رابطه‌ی (۲۹) با جاروب یک زاویه‌ی محدود حول مبدأ مختصات تولید شده که یک ناحیه شعاعی محدود از فضا را نیز اشغال می‌کند. بنابراین یک سنجش از عدم‌قطعیت در $[p]$ را می‌توان براساس حداکثر زاویه‌ای که بیضی از مبدأ دیده می‌شود ($\delta\varphi$) و تفاوت بین کمینه و بیشینه فاصله‌ها از مبدأ تا بیضی (δp)، تعریف نمود. در این حالت با توجه به شکل ۵، عدم‌قطعیت برابر است با مساحت قطاع دو بعدی بین (کمان‌های) دو دایره‌ی هم‌مرکز و محیط بر بیضی.



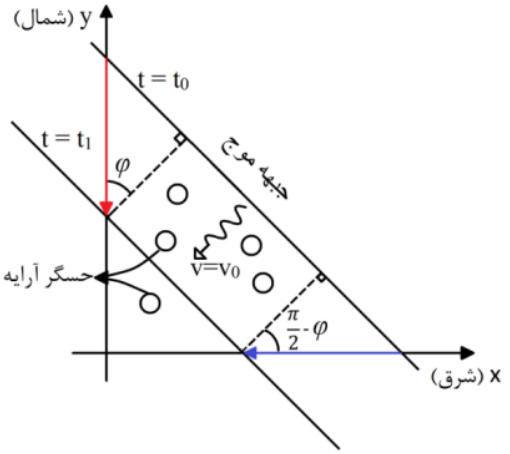
شکل ۵ نمایش قطعه کمان محیط بر بیضی نشان‌دهنده‌ی تمرکز در فضای کُندی.

در منبع [۵] پیشنهاد شده است که نمایش بیضی‌های عدم‌قطعیت در فضای سرعت اثر[1] به دلیل پرکاربردتر بودن این فضا، بهتر از نمایش در فضای کُندی است و به همین منظور از دو رابطه‌ی زیر برای نگاشت بیضی‌های عدم‌قطعیت از فضای کُندی به فضای سرعت اثر استفاده کرده‌اند:

$$v_x = \frac{p_x}{p_x^2 + p_y^2} \qquad (۳۰)$$

$$v_y = \frac{p_y}{p_x^2 + p_y^2} \qquad (۳۱)$$

با این حال به نظر می‌رسد که بررسی بیضی‌های عدم‌قطعیت در فضای کُندی با مفاهیم واقعی موج، تطبیق بیشتری داشته باشد. از آنجایی که در رابطه‌ی فاز موج (چنان‌که در رابطه‌ی (۱) نشان داده شده است) بردار کُندی ظاهر می‌شود، می‌توان این گونه تعبیر کرد که محیط، موج را با بردار کُندی می‌بینند و در نتیجه تجزیه بردار کُندی به پارامترهای برداری در فضا امکان‌پذیر است ولی تجزیه بردار سرعت به پارامترهای برداری فاقد مفهوم فیزیکی است. از سوی دیگر با توجه به اینکه سرعت و کُندی دو مفهوم فیزیکی هستند، برای یک ماده با یک سرعت مشخص می‌بایست رابطه‌ی $v = \frac{1}{p}$، که یک رابطه‌ی عمومی بین سرعت و کُندی است، در هر راستایی برقرار باشد. در شکل ۶ جبهه‌ی‌موج برای موجی با سرعت v_0 در زمان‌های t_0 و t_1 ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل با بردار قرمز رنگ نشان داده شده است سرعت موج در راستای محور y برابر $v_y = \frac{v_0}{\cos\varphi}$ است و از آنجایی که $v_y = \frac{1}{p_y}$ داریم: $p_y = \frac{1}{v_0}\cos\varphi = p_0 \cos\varphi$ به همین ترتیب در راستای محور x با توجه به سرعت موج که بر روی محور x نشان داده شده است، داریم: $p_x = \frac{1}{v_0}\sin\varphi = p_0 \sin\varphi$؛ که این روابط تجزیه‌پذیری کُندی را به پارامترهای مختصاتی و عدم امکان تجزیه سرعت به پارامترهای مختصاتی را تأیید می‌نماید. با توجه به دلایل مطرح شده، در این مقاله عدم‌قطعیت در فضای کُندی بررسی خواهد شد.



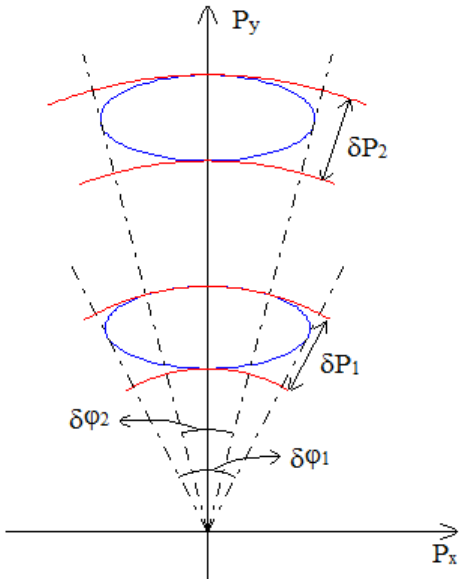
شکل ۶ نمایش جبهه‌موج متناظر موجی با سرعت v_0 بر روی سطح آرایه در لحظات t_0 و t_1. بردارهای قرمز و آبی به‌ترتیب نشان‌دهنده‌ی سرعت موج در راستای محورهای y و x هستند.

۳-۳-۱-۴. بررسی هندسی عدم‌قطعیت در فضای کُندی

با دقت در رابطه‌ی (۲۹) مشاهده می‌شود که ابعاد و جهت

[1] Trace velocity

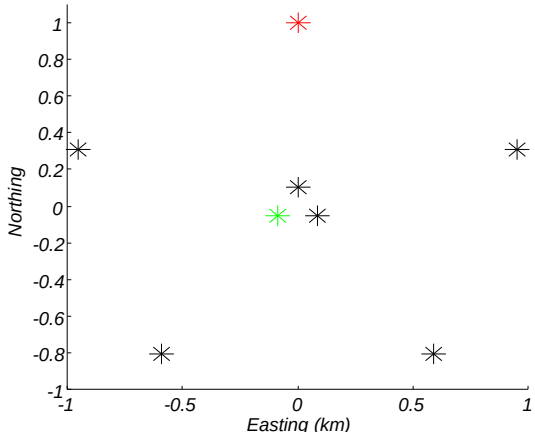
بیضی‌های عدم‌قطعیت با تغییر کُندی و زاویه‌ی رسید علامت تغییر نمی‌کنند و برای یک آرایه با ساختار مشخص، منحصر به فرد می‌باشند. در واقع به‌ازای کُندی و زوایای رسید مختلف، مرکز بیضی به آن نقطه در مختصات کُندی منتقل می‌شود. به‌عبارت دیگر در صورتی که مقدار کُندی موج افزایش یابد (چنان‌که در شکل ۷ نشان داده شده است)، بیضی عدم‌قطعیت از مبدأ دور می‌شود. با وجود اینکه این امر تغییری در میزان عدم‌قطعیت کُندی ایجاد نمی‌کند ($\delta P_1=\delta P_2$)، لیکن موجب کاهش عدم‌قطعیت در تخمین زاویه‌ی رسید ($\delta\varphi_2<\delta\varphi_1$) می‌گردد.



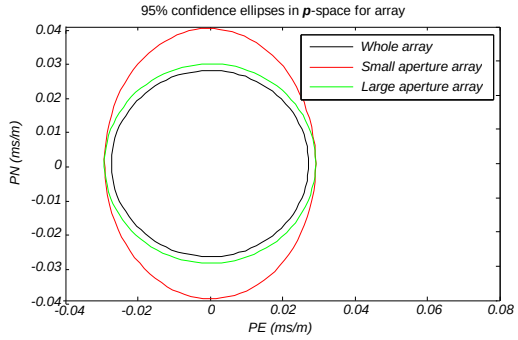
شکل ۷ تغییرات عدم‌قطعیت زاویه و کُندی علامت ورودی به‌ازای افزایش کُندی موج و ثابت ماندن زاویه‌ی رسید.

از سوی دیگر، رابطه‌ی (۲۹) نشان می‌دهد که اندازه‌ی قطرهای بیضی عدم‌قطعیت بر اساس مقادیر ویژه‌ی ماتریس $\mathbb{C}$ تعیین می‌شوند که ماتریس $\mathbb{C}$ نیز شامل مشخصات زوج‌عناصر آرایه است. به همین دلیل قطر کوچک بیضی عدم‌قطعیت در فضای کُندی، در راستایی قرار خواهد داشت که در راستای متناظر در فضای مکان، ساختار آرایه کوچک‌ترین قطر روزنه را دارد.

لذا به هر میزان که ساختار آرایه منتظم باشد و اندازه‌ی روزنه‌ی آن در راستاهای مختلف با یکدیگر برابر باشند، بیضی عدم‌قطعیت نیز به شکل دایره میل خواهد نمود. برای مشاهده تجربی این موضوع، در شکل ۸ بیضی‌های عدم‌قطعیت مربوط به یک آرایه نوعی در سه حالت مختلف (۱) وجود همه‌ی عناصر، (۲) با حذف عناصر قرمز رنگ (۳) با حذف عنصر سبز رنگ؛ رسم شده‌اند.



(الف)

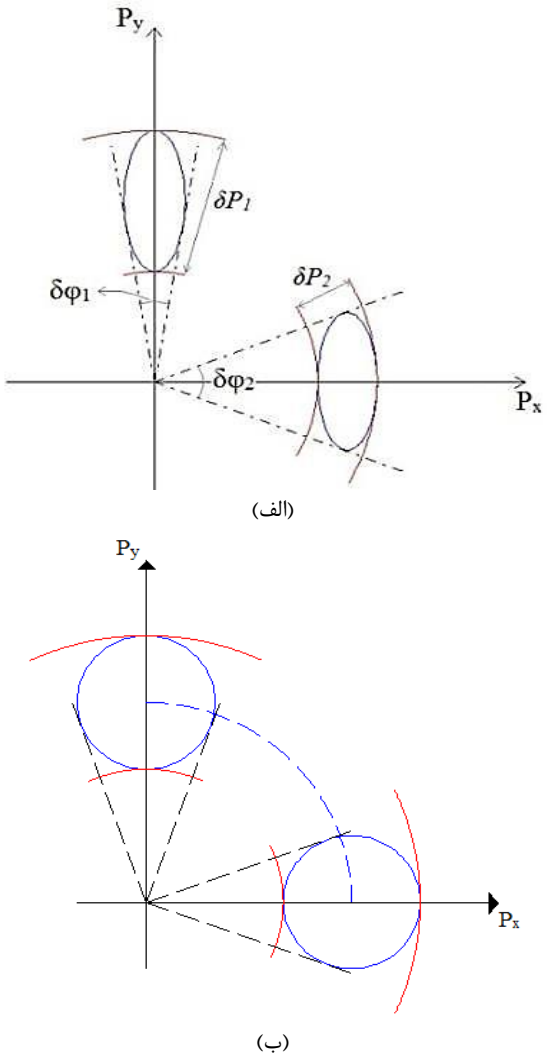


(ب)

شکل ۸ (الف) ساختار عناصر آرایه‌ی فروصدای نوعی. نشانک‌های قرمز و سبز رنگ عناصری هستند که برای بررسی مشخصه‌های آرایه غیرفعال می‌شوند. (ب) بیضی‌های عدم‌قطعیت برای آرایه‌ی شکل (الف) به‌ازای $\sigma_\tau = ۰/۰۵$ ثانیه. بیضی‌های قرمز و سبز رنگ به ترتیب مربوط به حذف عناصر قرمز و سبز رنگ هستند.

برای رسم این شکل علامت با کُندی صفر و $\sigma_\tau = ۰/۰۵$ ثانیه در نظر گرفته شده است. همان‌طور در شکل ۸ مشاهده می‌شود با وجود آنکه در هر دو حالت تنها یک عنصر از آرایه‌ی اصلی حذف شده است اما در حالتی که عنصر خارجی حذف شده، نمودار عدم‌قطعیت شکل دایروی خود را از دست داده است و در راستای شمالی- جنوبی که آرایه کوچک‌ترین روزنه را دارد کشیده شده است. هم‌چنین در حالتی که عنصر داخلی حذف شده است با وجود آنکه مساحت نمودار عدم‌قطعیت افزایش یافته است ولی نمودار شکل دایروی خود را حفظ کرده است.

همان‌طور که گفته شد ابعاد و جهت بیضی عدم‌قطعیت توسط ساختار آرایه تعیین می‌شود و تغییر زاویه و کُندی موج ورودی به آرایه موجب جابه‌جایی بیضی خواهد شد. با توجه به این موضوع در صورتی که روزنه‌ی آرایه و به تبع آن بیضی عدم‌قطعیت، دایروی باشند؛ با تغییر زاویه‌ی ورود علامت، عدم‌قطعیت زاویه و کُندی آن تغییری نمی‌کنند.
این در حالی است که اگر بیضی عدم‌قطعیت بیضوی باشد عدم‌قطعیت به زاویه‌ی ورود علامت وابسته می‌شود. این موضوع در شکل ۹ نمایش داده شده است.



شکل ۹ مقایسه‌ی بستگی عدم‌قطعیت به تغییر زاویه‌ی رسید علامت در حالت اندازه‌ی کُندی ثابت، برای شکل هندسی عدم‌قطعیت (الف) بیضوی (ب) دایروی.

با توجه به مباحث مطرح شده می‌توان نتیجه گرفت که میزان عدم‌قطعیت کُندی و زاویه رسید در حالت کلی تابعی از زاویه‌ی ورود علامت به آرایه هستند. همچنین میزان عدم‌قطعیت کُندی برای یک علامت، مستقل از اندازه‌ی بردار کُندی موج ورودی می‌باشد. این در حالی است که میزان عدم‌قطعیت زاویه‌ی ورود علامت با افزایش اندازه‌ی بردار کُندی موج ورودی، با یک روند مشخص کاهش پیدا می‌کند. در نتیجه به‌منظور تحلیل (هندسی) عدم‌قطعیت زاویه‌ی رسید علامت برای آرایه‌های مختلف و مقایسه آن‌ها با یکدیگر، لازم است اندازه‌ی بردار کُندی موج را در تمام آرایه‌ها ثابت فرض کنیم. این در حالی است که برای ترسیم عدم‌قطعیت کُندی، به دلیل آنکه مستقل از اندازه‌ی بردار کُندی موج است، می‌توان آن را به‌ازای هر مقدار کُندی موج ورودی (البته به شرط آنکه بیضی عدم‌قطعیت، مبدأ را شامل نشود) ترسیم نمود.
با توجه به مباحث مطرح شده، پیشنهاد می‌شود از دو مقدار بیشینه عدم‌قطعیت در کندی و بیشینه عدم‌قطعیت در زاویه‌ی ورود موج، به‌عنوان پارامترهایی برای مقایسه‌ی کمی میزان عدم‌قطعیت تخمین پارامترهای موج در آرایه‌ها بهره‌برداری نمود.

۴. نتایج شبیه‌سازی روش‌های مختلف ارزیابی کارآیی آرایه حسگری

۴-۱. روش تحلیل طیف f-k

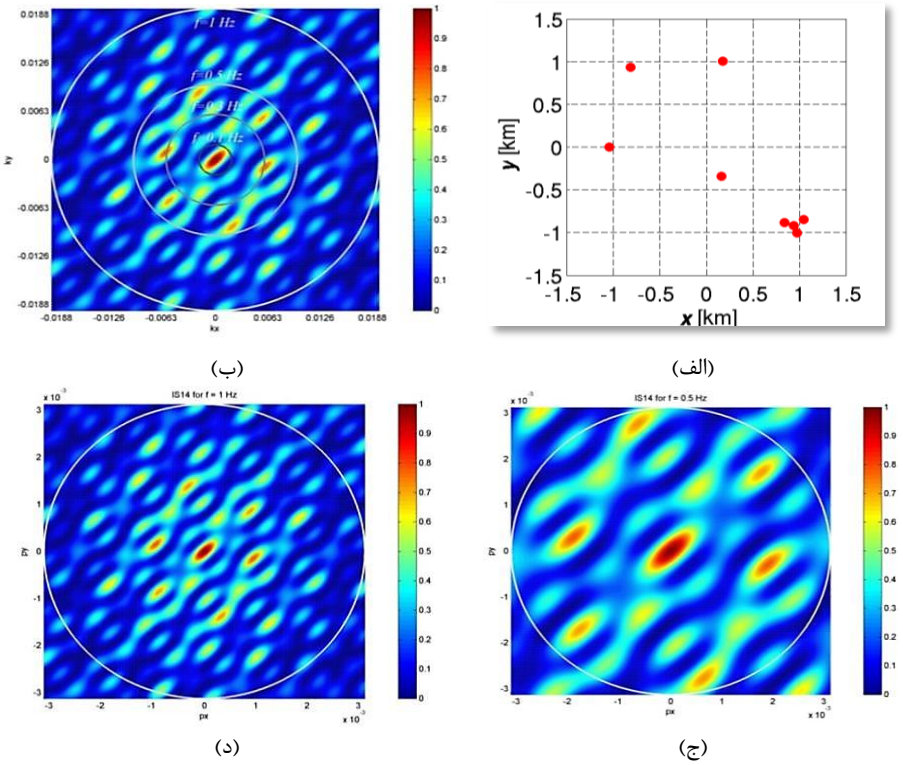
همان‌طور که می‌دانیم سرعت ظاهری صدا از حدود ۳۲۰ متر بر ثانیه (در حالت تابش موج به‌صورت موازی با صفحه‌ی آرایه) شروع شده و تا بی‌نهایت (در حالت تابش موج به صورت عمود بر صفحه‌ی آرایه) افزایش می‌یابد و در نتیجه کُندی نیز در بازه‌ی صفر تا حدود ۳٫۲ میلی‌ثانیه بر متر تغییر می‌نماید. با در نظر داشتن این مهم، در ترسیم تابع پاسخ آرایه دو روش مرسوم است. یکی از این دو روش، ترسیم پاسخ آرایه در محیط عددموج و دیگری، ترسیم در محیط کُندی است. با توجه به اینکه پاسخ آرایه تابعی از کُندی و بسامد موج است به نظر می‌رسد که برای ترسیم پاسخ آرایه به‌ازای یک بسامد مشخص، محیط کُندی و برای ترسیم پاسخ آرایه به ازای چند بسامد متفاوت به طور هم‌زمان، محیط عددموج مناسب باشد. در محیط کُندی، بخش معنادار نمودار، مستقل از بسامد مورد نظر، دایره‌ای

به شعاع ۳٫۲ میلی‌ثانیه به مرکز مبدأ است در حالی‌که در محیط عددموج، پاسخ آرایه به‌ازای بسامدهای مختلف، دوایری با شعاع‌های مختلف خواهد بود که شعاع این دوایر از رابطه‌ی $k_{max} = ۳.۲ \times ۱۰^{-۳}\omega$ به ازای بسامدهای مختلف محاسبه می‌شود. به‌عنوان مثال یک آرایه با پیکربندی شکل ۱۰-الف، دارای پاسخ آرایه شکل ۱۰-ب می‌باشد که در فضای عددموج به‌ازای چهار بسامد ۰٫۱، ۰٫۳، ۰٫۵ و ۱ هرتز به‌طور هم‌زمان در یک نمودار ترسیم شده‌اند. این در حالی است که پاسخ آرایه در فضای کُندی به‌ازای دو بسامد ۰٫۵ و ۱ هرتز در دو نمودار مجزا در شکل ۱۰- ج و شکل ۱۰- د نشان داده شده‌اند. با توجه به این شکل‌ها، مشاهده می‌گردد که پاسخ آرایه می‌تواند اطلاعات بسیار مفیدی در مورد حساسیت حسگرها نسبت به زاویه ورود موج، تداخل مکانی پاسخ حسگرها و قدرت تفکیک‌پذیری آرایه ارائه دهد. شایان ذکر است همان‌طور که از رابطه‌ی ریاضی پاسخ آرایه نیز مشخص است، نمایش این تابع برای آرایه‌های مسطح به صورت دو- بعدی خواهد بود. به‌طور خلاصه، نمایش ترسیمی پاسخ آرایه حاوی اطلاعات بسیار مفیدی از چگونگی عملکرد آرایه در شرایط مختلف خواهد بود. بخشی از این اطلاعات به اختصار عبارتند از:

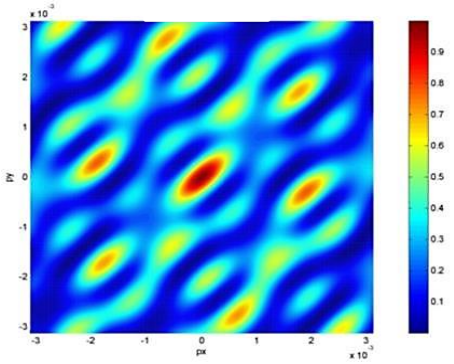
الف) جابه‌جایی تابع پاسخ آرایه به‌ازای موج ورودی تک‌فام؛ با توجه به معادله (۱۱) در بخش اول این مقاله، در حالت ایده‌آل وقتی یک موج تک‌فام با بردار عددموج $\vec{k}_{.}$ وارد آرایه می‌شود طیف بسامد-عددموج به همان شکل تابع پاسخ آرایه ظاهر می‌شود، لیکن به اندازه‌ی $\vec{k}_{.}$ نسبت به مبدأ جابه‌جا می‌شود. به عنوان مثال در شکل ۱۱ پاسخ آرایه در بسامد ۰٫۵ هرتز به همراه چگالی طیف توان بسامد-عددموج آن به‌ازای $p_{x.} = ۱$ و $p_{y.} = ۲$ میلی‌ثانیه/متر در همان بسامد ترسیم شده است.

ب) تقارن حسگر و پاسخ آرایه؛ رابطه‌ی تابع پاسخ آرایه را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

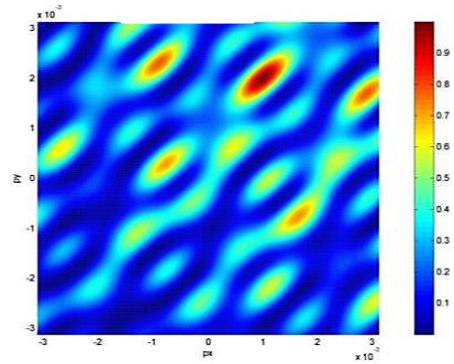
$$R(\vec{k}) = \frac{۱}{N}\left(\sum_{n=۱}^{N} e^{-i\vec{k}.\vec{r}_n}\right).\left(\sum_{n=۱}^{N} e^{-i\vec{k}.\vec{r}_n}\right)^{*} = \frac{۱}{N}\left(\sum_{n=۱}^{N} e^{-i\vec{k}.\vec{r}_n}\right).\left(\sum_{n=۱}^{N} e^{+i\vec{k}.\vec{r}_n}\right) \quad (۳۲)$$



شکل ۱۰ نمایش ساختار و پاسخ یک آرایه‌ی فروصدای نوعی؛ (الف) ساختار آرایه، (ب) تابع پاسخ آرایه در فضای عددموج به‌ازای بسامدهای ۰٫۱، ۰٫۳، ۰٫۵ و ۱ هرتز، (ج) تابع پاسخ آرایه در فضای کُندی به ازای بسامد ۰٫۵ و (د) ۱ هرتز.



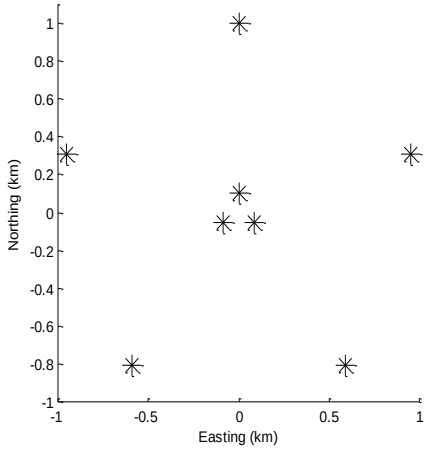
(الف)



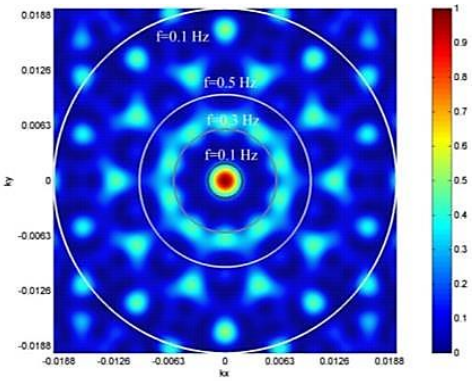
(ب)

شکل ۱۱ چگالی طیف توان f-k آرایه شکل ۹ در بسامد ۰/۵ هرتز؛ (الف) تابع پاسخ آرایه، (ب) چگالی طیف توان آرایه به‌ازای $p_{x'}=$۱ و $p_{y'}=$۲ میلی‌ثانیه/ متر.

این رابطه، نشان‌دهنده‌ی تقارن تابع پاسخ آرایه نسبت به مبدأ در صفحه‌ی عددموج است. این تقارن مستقل از ساختار آرایه است ولی علاوه بر آن، چنان‌که در ضمیمه ۱ اثبات شده است؛ در صورتی‌که ساختار آرایه حول یکی از محورهای x یا y متقارن باشد، طیف توان اِف-کا نیز نسبت به محور متناظر با آن در فضای عددموج متقارن خواهد بود. در این صورت به‌دلیل تقارن ذاتی طیف توان نسبت به مبدأ، در صورتی که ساختار آرایه نسبت به یک راستا متقارن باشد، پاسخ آرایه علاوه بر راستای متناظر با آن در فضای عددموج، نسبت به راستای عمود بر آن نیز متقارن است. در شکل ۱۲ پیکربندی و طیف توان اِف-کا برای یک آرایه‌ی نوعی آورده شده است. چنان‌چه مشاهده می‌شود، به‌دلیل آنکه پیکربندی آرایه نسبت به محور y متقارن است، پاسخ آرایه علاوه بر محور k_y، نسبت به محور k_x نیز متقارن است.



(الف)

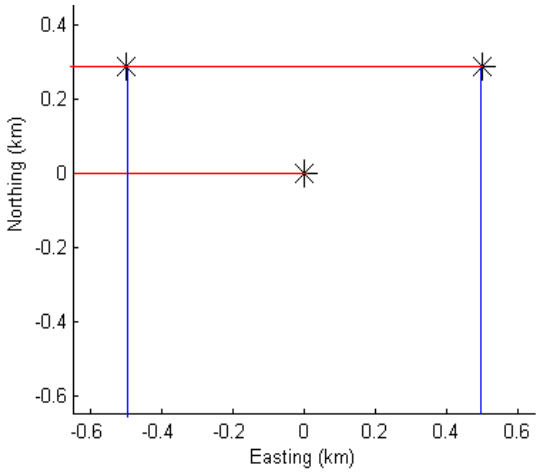


(ب)

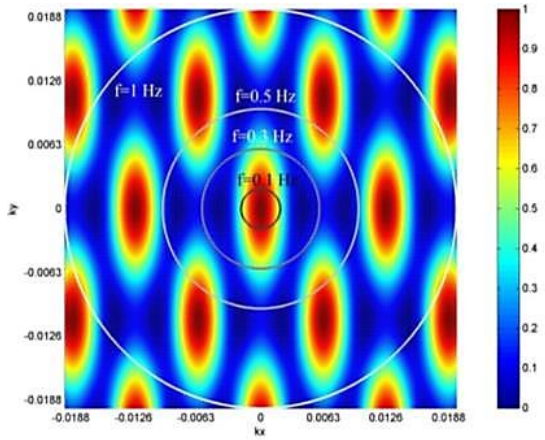
شکل ۱۲ توصیف یک آرایه متقارن نوعی؛ (الف) ساختار آرایه و (ب) پاسخ آرایه به‌ازای بسامدهای ۰/۱، ۰/۳، ۰/۵ و ۱ هرتز.

ج) تداخل‌های مکانی؛ با مقایسه‌ی دو آرایه با تعداد حسگرهای برابر، دیده می‌شود که هرچه حسگرها در یکی از محورهای مکانی به یکدیگر نزدیک‌تر باشند، در محور متناظر آن در فضای عددموج، لوب اصلی پهن‌تر می‌شود. به عبارت دیگر تفکیک‌پذیری مکانی بالا در یک محور مکانی (به دلیل نمونه‌برداری مکانی در فواصل نزدیک به هم)، به تفکیک‌پذیری عددموجی پایین‌تر در محور متناظر با آن در فضای عددموج منجر می‌شود. شکل ۱۳ پاسخ آرایه‌ای با توزیع مکانی نامتقارن حسگرها را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ظاهری آرایه می‌توان دید که حسگرها در محور y فاصله‌ی کمتری نسبت به یکدیگر دارند.

این موضوع در شکل ۱۳ با استفاده از خطوط افقی نمایش داده شده‌اند. از طرف دیگر تصویر این حسگرها روی محور x فاصله‌ی بیشتری را نشان می‌دهد. اثر این ویژگی بر روی پاسخ آرایه در فضای عددموج به‌صورت قدرت



(الف)

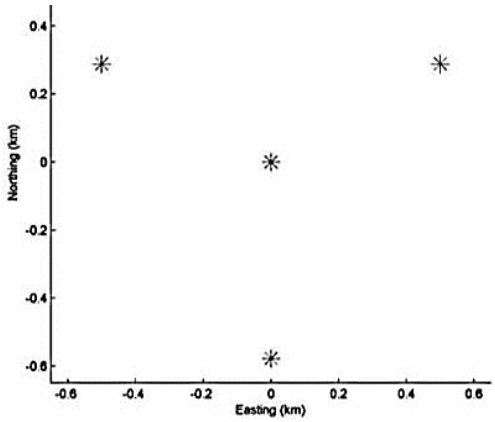


(ب)

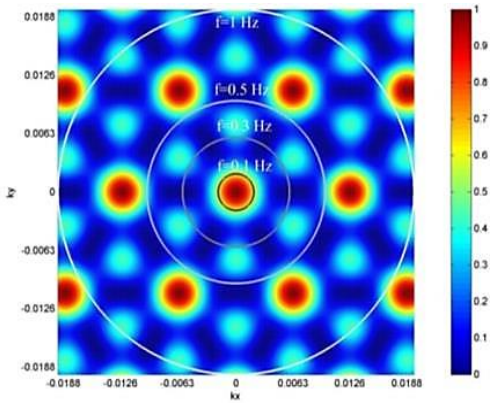
شکل ۱۳ یک آرایه‌ی نوعی با توزیع مکانی غیرمتقارن حسگرها؛ (الف) ساختار آرایه: فاصله‌ی بین خطوط عمودی، نمایشی از تفکیک‌پذیری مکانی روی محور x و فاصله‌ی بین خطوط افقی، نمایشی از تفکیک‌پذیری مکانی روی محور y می‌باشند؛ (ب) پاسخ آرایه به‌ازای بسامدهای ۰٫۱، ۰٫۳، ۰٫۵ و ۱ هرتز.

تفکیک‌پذیری بالاتر نسبت به محور x و قدرت تفکیک‌پذیری پایین‌تر نسبت به محور y است. لازم به ذکر است که تنها در حالتی که لوب اصلی در پاسخ آرایه دارای شکل دایروی باشد (همانند شکل ۱۲)، آرایه به‌ازای زوایای مختلف ورود موج، حساسیت یکسانی از خود نشان می‌دهد. در غیر این صورت، پاسخ آرایه در زوایای مختلف از دقت متفاوتی برخوردار خواهد بود.

د) اثر بسامد بر روی پاسخ آرایه؛ با تغییر بسامد موج و ترسیم پاسخ آرایه در حوزه‌ی کُندی، مشاهده می‌شود که هر چه بسامد کاری موج افزایش یابد پاسخ آرایه دچار کوچک‌نمایی می‌شود. این موضوع را می‌توان این‌گونه توجیه نمود که با افزایش بسامد موج، مقدار آرگومان توان رابطه (۱۲) که نشان‌دهنده‌ی فاز علامت است افزایش یافته و در نتیجه، موج به‌ازای یک بازه‌ی ثابت برای کُندی (بین ۳٫۲- تا ۳٫۲ میلی‌ثانیه بر متر) تغییر فاز بیش‌تری را تجربه می‌کند که این به معنای گنجانده شدن پاسخ آرایه‌ی بزرگ‌تری از موج در فضای ثابت است که به‌صورت کوچک‌نمایی ظاهر می‌شود. این اتفاق را می‌توان در شکل ۱۰، شکل ۱۲ و شکل ۱۳ مشاهده نمود. برای آرایه‌هایی با روزنه‌ی بزرگ که دارای تعداد کمی حسگر هستند، تداخل مکانی علامت‌های بسامد- بالا مشکل جدی محسوب می‌شود. به‌عبارت دیگر، پاسخ آرایه به شدت تحت تأثیر تداخل مکانی علامت‌های بسامد- بالا است. چنین مشکلی در شکل ۱۴ برای یک آرایه با روزنه‌ی ۳ کیلومتر بررسی شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در بسامدهای بالا لوب‌های اصلی پاسخ آرایه توسط لوب‌های جانبی بزرگ و بسیار متراکم، احاطه شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۱۴ بررسی پاسخ یک آرایه‌ی نوعی روزنه- بزرگ؛ (الف) ساختار آرایه؛ (ب) پاسخ آرایه به‌ازای بسامدهای ۰٫۱، ۰٫۳، ۰٫۵ و ۱ هرتز.

با توجه به مطالب مطروحه و به‌عنوان جمع‌بندی این بخش، می‌توان نتیجه گرفت که پاسخ آرایه بهینه دارای شرایط زیر می‌باشد:

۱. لوب اصلی دارای شکلی دایروی باشد. این به آن معنا است که آرایه نسبت به تمامی جهات به یک اندازه حساسیت دارد و مستقل از زاویه‌ی ورود علامت است.

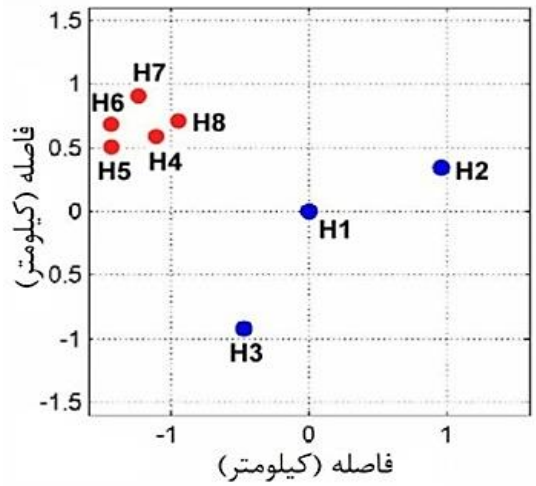
۲. قطر لوب اصلی تا حد امکان کوچک باشد. این امر به تخمین هر چه دقیق‌تر زاویه‌ی تابش با وجود انرژی اندک علامت دریافتی، کمک می‌کند.

۳. تراز لوب‌های فرعی به لحاظ اندازه تا حد امکان کوچک باشند. تمرکز درصد بالای انرژی در لوب اصلی احتمال خطای تخمین لوب فرعی به جای لوب اصلی به عنوان هدف کاهش می‌دهد.

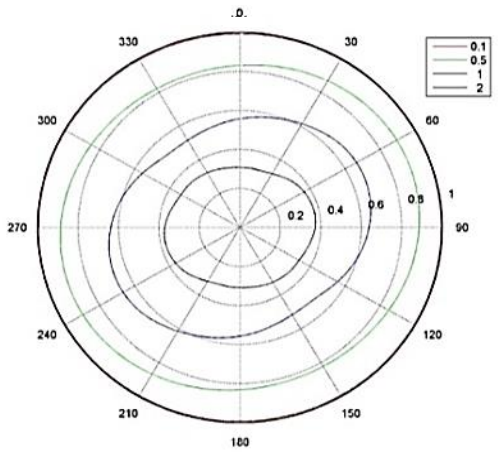
۴. لوب‌های فرعی تا حد امکان از لوب اصلی فاصله داشته باشند. در این صورت لوب اصلی بدون ابهام قابل شناسایی خواهد بود.

۴-۲. روش ضریب هم‌دوسی میانگین

با توجه به رابطه (۱۵)، می‌توان این‌طور نتیجه گرفت که پیکربندی مناسب آرایه باید به‌گونه‌ای باشد که تعداد زوج‌عناصر مؤثر در بهبود هم‌سان‌گردی ضریب هم‌دوسی میانگین (نسبت به تغییرات سمت)، در باند مورد نظر افزایش یابد. منظور از زوج‌عنصر مؤثر، زوج‌عنصر با فاصله‌ای کم‌تر از سایر زوج‌عناصر آرایه است، زیرا که این زوج عنصر دارای ضریب هم‌دوسی میانگین بزرگ‌تر و هم‌سان‌گردی بیشتری است. برای روشن‌تر شدن این موضوع، دو آرایه با پیکربندی‌های مندرج در شکل ۱۵ و شکل ۱۶ را به‌همراه منحنی‌های ضریب هم‌دوسی میانگین متناظرشان درنظر بگیرید. با مقایسه‌ی این دو منحنی مشاهده می‌شود که ضریب هم‌دوسی میانگین آرایه اول (شکل ۱۵) چه از لحاظ هم‌سان‌گردی و چه تا حدی از لحاظ اندازه، دارای وضعیت بهتری نسبت به آرایه دوم (شکل ۱۶) است. این در حالی است که تعداد حسگرهای آرایه اول در زیرآرایه‌ی کوچک آن (حسگرهای با رنگ قرمز) و نیز در کل آرایه، بیشتر از تعداد حسگرهای آرایه دوم است. دلیل برتری منحنی اول این است که در آرایه‌ی متناظر، زوج عناصری که در آن‌ها یک حسگر از زیرآرایه‌ی کوچک و یک حسگر از زیرآرایه‌ی بزرگ (رنگ آبی) هستند، فاصله‌ی زیادتری از یکدیگر دارند (نسبت به منحنی آرایه شکل ۱۶) که این امر، تأثیر مثبتی در افزایش اندازه و هم‌سان‌گردی منحنی هم‌دوسی نخواهد داشت. در مجموع می‌توان این نتیجه‌گیری را داشت که طراحی چینش آرایه‌ها، به‌گونه‌ای که زیرآرایه‌ی کوچک درون زیرآرایه‌ی بزرگ قرار گیرد، در صورتی مناسب خواهد بود که در آن زوج عناصری با یک حسگر از زیرآرایه‌ی کوچک و یک حسگر از زیرآرایه‌ی بزرگ، کم‌ترین فاصله‌ی ممکن را در راستاهای مختلف داشته باشند.



(الف)

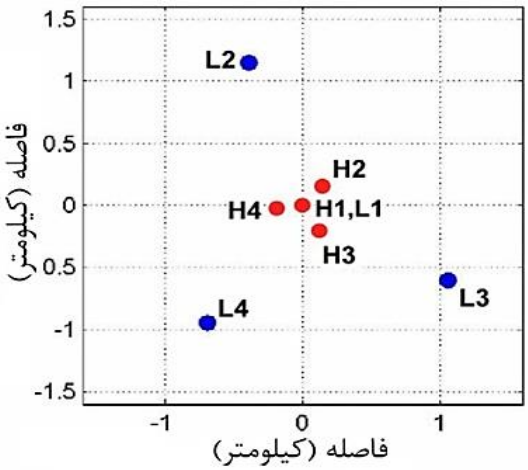


(ب)

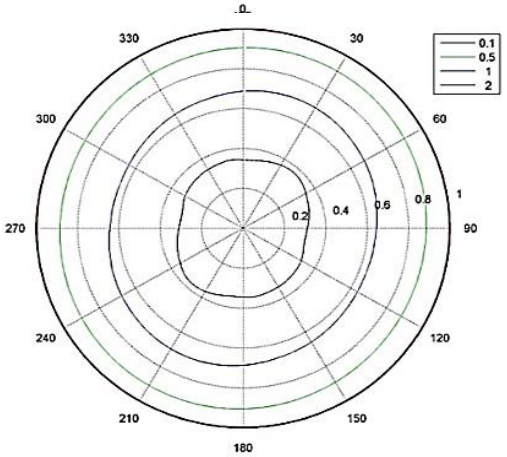
شکل ۱۵ بررسی میزان هم‌دوسی یک آرایه حسگری نوعی: (الف) پیکربندی آرایه؛ (ب) جهت‌مندی ضریب هم‌دوسی میان‌گین.

با در نظر گرفتن زوج عناصر مؤثر در یک آرایه می‌توان یک برداشت کیفی نسبت به منحنی هم‌دوسی میان‌گین داشت. برای این منظور لازم است در ساختار آرایه، زوج عناصری را

که در محاسبه‌ی ضریب هم‌دوسی میانگین به واسطه‌ی فاصله‌ی کم‌شان نقش مؤثرتری دارند تعیین نمود. اگر عمده‌ی این عناصر در یک راستای مشخص قرار گرفته باشند، می‌توان نتیجه گرفت که این راستا نشان‌دهنده‌ی بیشینه مقدار منحنی هم‌دوسی در این آرایه است. به عنوان نمونه با مراجعه به منحنی هم‌دوسی آرایه شکل ۱۵ و مشخص کردن زوج‌عناصر مؤثر (مشخص شده در شکل) می‌توان تا حدودی راستای غالب جهت‌مندی هم‌دوسی را تخمین زد.



(الف)

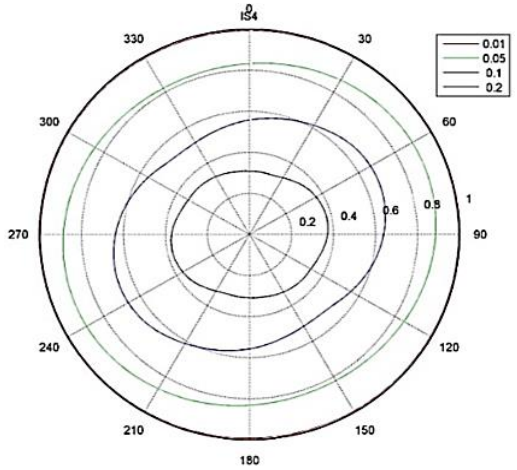


(ب)

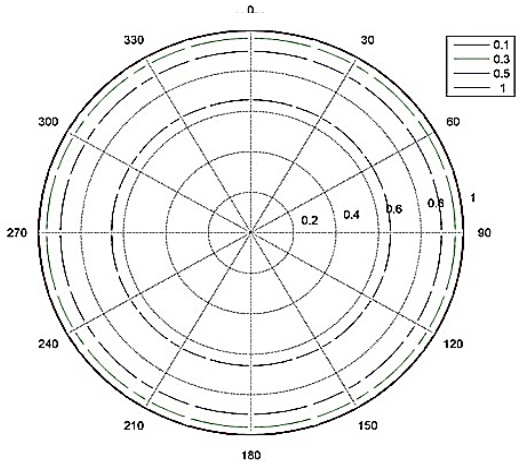
شکل ۱۶ بررسی میزان جهت‌مندی هم‌دوسی یک آرایه حسگری برای بسآمدهای ۰/۱، ۰/۵، ۱ و ۲ هرتز: (الف) چینش حسگرها؛ (ب) منحنی هم‌دوسی میان‌گین متناظر.

در انتها خاطر نشان می‌گردد که ضریب هم‌دوسی میانگین در واقع تابعی از فاصله‌ی بین حسگرها به‌صورت بهنجارشده نسبت به طول‌موج هستند. لذا اگر فاصله‌ی بین حسگرها و نیز طول‌موج مورد نظر در محاسبات به یک نسبت افزایش یابند، شکل منحنی هم‌دوسی میانگین ثابت می‌ماند. به عنوان نمونه، منحنی هم‌دوسی میانگین یک آرایه با پیکربندی مشابه شکل ۱۵ لیکن با افزایش ۱۰ برابری فاصله‌ی بین حسگرها، در شکل ۱۷ به‌ازای بسامدهای ۰/۰۱، ۰/۰۵، ۰/۱ و ۰/۲ هرتز نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود به‌دلیل ثابت ماندن فاصله‌ی نرمالیزه‌شده‌ی بین عناصر نسبت به طول‌موج، منحنی شکل ۱۵ و شکل ۱۷ با یکدیگر تفاوتی ندارند.

به‌عنوان یک نکته‌ی پایانی، از آن‌جایی‌که ضریب هم‌دوسی میان‌گین در یک آرایه، از مجموع عددی ضرایب هم‌دوسی همه‌ی زوج‌عناصر در سمت‌های مختلف به دست می‌آید، در صورتی که پیکربندی عناصر تقارن داشته باشند ضریب هم‌دوسی میانگین نیز متقارن خواهد بود. به عنوان مثال در شکل ۱۸ منحنی ضریب هم‌دوسی میانگین برای آرایه‌ی متقارن شکل ۱۲- الف آورده شده است. این ایستگاه از یک زیرآرایه به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع و یک زیرآرایه به شکل پنج‌ضلعی منتظم تشکیل شده است. می‌توان ویژگی اصلی آرایه‌های متقارن را هم‌سان‌گرد بودن منحنی ضریب هم‌دوسی میانگین دانست و تنها لازم است ساختار آرایه را به‌گونه‌ای طراحی کرد که به مقدار هم‌دوسی مورد نظر دست یافت.



شکل ۱۷ منحنی هم‌دوسی میان‌گین یک آرایه با چینش مشابه آرایه شکل ۱۵، ولی با ۱۰ برابر شدن فاصله‌ی بین حسگرها. منحنی‌ها برای بسآمدهای ۰/۰۱، ۰/۰۵، ۰/۱ و ۰/۲ هرتز رسم شده‌اند.



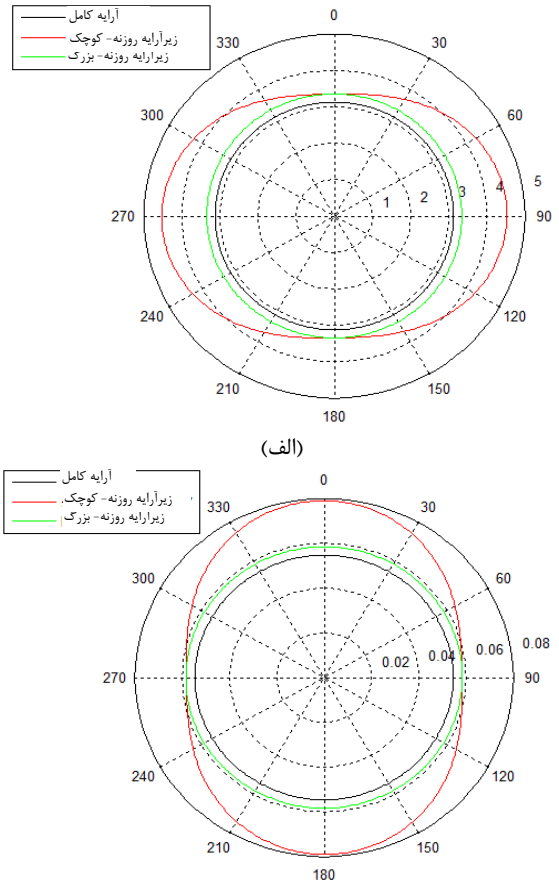
شکل ۱۸ منحنی هم‌دوسی میانگین متناظر با آرایه متقارن شکل ۱۲-الف. منحنی‌ها مربوط به بسآمدهای ۰/۱، ۰/۳، ۰/۵ و ۱ هرتز هستند.

۴-۳. روش عدم قطعیت در تخمین پارامترهای موج دریافتی

همان‌طور که در بخش ۳-۱ مقاله بیان شد، عدم‌قطعیت زاویه‌ی ورود موج، به‌ازای یک مقدار مشخص از اندازه‌ی بردار کندی رسم می‌گردد، در حالی که مقدار عدم‌قطعیت کندی موج، مستقل از اندازه کندی است. آرایه فروصدا با پیکربندی شکل ۸-الف را در نظر بگیرید. منحنی‌های عدم‌قطعیت زاویه ورود برای این ساختار در شکل ۱۹-الف به‌ازای کُندی ۱ میلی‌ثانیه بر متر، و منحنی‌های عدم‌قطعیت کُندی در شکل ۱۹-ب رسم شده‌اند. در هر حالت، سه ساختار: ۱- آرایه کامل مندرج در شکل ۸-الف، ۲- زیرآرایه روزنه-بزرگ (پس از حذف عنصر سبز رنگ در شکل ۸-الف)، و ۳- زیرآرایه روزنه-کوچک (پس از حذف عنصر قرمز رنگ در شکل ۸-الف) ترسیم شده‌اند.

چنانکه در منحنی‌های شکل ۱۹ مشاهده می‌شود، مطابق انتظار، مقدار عدم‌قطعیت زاویه‌ی ورود و نیز کُندی برای آرایه‌های با روزنه‌ی بزرگ‌تر به شکل دایروی است. هم‌چنین قطر بزرگ بیضی عدم‌قطعیت کندی برای آرایه‌ی روزنه- کوچک در راستای محور y است. به‌عبارت دیگر، مقدار عدم‌قطعیت کُندی در راستای شمال- جنوب به حداکثر مقدار خود و در راستای شرق- غرب به حداقل مقدار خود می‌رسد. این موضوع در مورد عدم‌قطعیت زاویه‌ی ورود، برخلاف کُندی رخ داده و در راستای شمال- جنوب به حداقل مقدار و در راستای شرق- غرب به حداکثر مقدار می‌رسد. می‌توان این‌طور بیان نمود که راستای شمالی- جنوبی بیضی عدم‌قطعیت کندی برای زیرآرایه‌ی روزنه-کوچک، ناشی از بزرگ بودن روزنه‌ی پیکربندی در راستای شرقی- غربی است.

در نهایت می‌توان این نتیجه را گرفت که به طور کلی برای یک آرایه‌ی دلخواه، حداکثر مقدار عدم‌قطعیت زاویه‌ی ورود در راستایی رخ می‌دهد که روزنه‌ی آرایه در آن راستا حداکثر باشد و در مقابل، حداکثر مقدار عدم‌قطعیت کُندی در راستای عمود بر بزرگ‌ترین قطر روزنه‌ی آرایه به وقوع می‌پیوندد.



شکل ۱۹ منحنی‌های تغییرات عدم‌قطعیت آرایه‌ی فروصدا برای سه چینش نشان داده شده در شکل ۸ (الف) عدم‌قطعیت زاویه‌ی ورود به‌ازای p.= ۱ میلی‌ثانیه بر متر. برحسب درجه؛ (ب) عدم‌قطعیت کُندی بر حسب میلی‌ثانیه بر متر.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله سه معیار متداول ارزیابی آرایه‌های فروصدا به‌صورت نظری تشریح شدند: روش سنجش پاسخ آرایه در حوزه‌ی کُندی، روش سنجش ضریب هم‌دوسی آرایه بر

حسب زوایای سمت مختلف، و روش سنجش میزان عدم‌قطعیت در تخمین پارامترهای موج (سرعت و زاویه‌سمت ورود) به‌ازای رسید موج با زوایای سمت مختلف. نشان داده شد که روش اول کاملاً به ساختار و نحوه‌ی چینش عناصر آرایه وابسته است و محاسبه‌ی پاسخ آرایه مستقل از شرایط محیط، نوفه و ویژگی‌های منبع مولد علامت خواهد بود. روش دوم علاوه‌بر ساختار آرایه، به شرایط محیط نیز (از طریق دو پارامتر Δc و $\Delta\theta$) وابسته می‌باشد. روش مذکور میزان هم‌دوسی علامت دریافتی در عناصر آرایه را در بسامدهای مختلف و برای زوایای سمت مورد نظر، ارزیابی می‌نماید. در روش سوم با فرض نوفه محیطی گوسی جمع‌شونده، میزان عدم‌قطعیت پارامترهای تخمینی امواج فروصدا (سرعت و جهت رسید) مشخص شدند. نشان داده شد که علاوه بر ساختار آرایه و نحوه‌ی چینش عناصر، خطا در محاسبه‌ی تأخیر زمانی علامت‌های دریافتی در هر جفت‌عنصر آرایه، در محاسبه تخمین‌های مذکور تأثیرگذار است و موجب کاهش هم‌دوسی علائم ثبت‌شده در حسگرهای آرایه می‌شود. در همین راستا روشی پیشنهاد شد که با استفاده از آن بتوان برحسب دو پارامتر ساختار آرایه و شرایط محیطی حاکم بر آن، میزان عدم‌قطعیت در تخمین پارامترهای موج را به‌ازای تراز اطمینان مفروض، مشخص نمود. انجام شبیه‌سازی‌های متعدد و نتایج بحث‌ها، چگونگی طراحی بهینه یک آرایه فروصدا را مشخص نمود.

۶. ضمیمه ۱

در این بخش نشان می‌دهیم اگر عناصر یک آرایه نسبت به یک راستا در فضای مکان تقارن داشته باشند چگالی طیف توان آرایه نیز به طور مشابه نسبت به راستای متناظر با آن، در فضای عدد موج متقارن خواهد بود. برای این منظور تقارن چگالی طیف توان نسبت به محور k_x در شرایطی که عناصر آرایه شکلی متقارن نسبت به محور x دارند بررسی می‌گردند.

در صورتی‌که آرایه نسبت به محور x تقارن داشته باشد و عناصر را به‌گونه‌ای شماره‌گذاری کنیم که دو عنصر متقارن، j-اُمین و $(N-j+1)$-اُمین حسگرهای آرایه باشند، می‌توان پاسخ آرایه را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$
\begin{aligned}
R(\omega,\vec{p}) &= \left|\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} e^{-i\vec{k}.\vec{r}_n}\right|^2 \\
&= \frac{1}{N}\Big|\Big(e^{-ik_x r_{x1}-ik_y r_{y1}} + e^{-ik_x r_{xN}-ik_y r_{yN}}\Big) \\
&+ \cdots \\
&+ \Big(e^{-ik_x r_{xj}-ik_y r_{yj}} \\
&+ e^{-ik_x r_{x(N-j+1)}-ik_y r_{y(N-j+1)}}\Big) + \cdots\Big|^2 \\
&= \frac{2}{N}\Big|e^{-ik_x r_{x1}}\cos(k_y r_{y1}) + \cdots \\
&+ e^{-ik_x r_{xj}}\cos(k_y r_{yj}) + \cdots \\
&+ e^{-ik_x r_{x\frac{N}{2}}}\cos(k_y r_{y\frac{N}{2}})\Big|^2 \\
&= \left|\frac{2}{N}\sum_{n=1}^{N/2} e^{-ik_x r_{xn}}\cos(k_y r_{yn})\right|^2
\end{aligned}
\qquad (۳۳)
$$

که با توجه به زوج بودن تابع کسینوس، رابطه (۳۳) نشان‌دهنده‌ی تقارن تابع پاسخ آرایه نسبت به محور k_x است. این روش را می‌توان برای سایر راستاها نیز تعمیم داد.

۷. فهرست منابع

[1] A. Le Pichon, E. Blanc, A. Hauchecorne, “Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies,” Springer, 2010.

[2] J. Park, C. Hayward, B. W. Stump, “Assessment of infrasound signals recorded on seismic stations and infrasound arrays in the western United States using ground truth sources,” Geophysical Journal International, vol. 213, no. 3, pp. 1608–1628, 2018.

[3] M.N. ElGabry, I.M. Korrat, H.M. Hussein, I.H. Hamama, “Infrasound detection of meteors,” NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics, vol. 6, no. 1, pp. 68-80, 2017.

[4] E. Smart, E. A. Flinn, “Fast frequency-wavenumber analysis and Fisher signal detection in real-time infrasonic array data processing,” Geophysical Journal International, vol. 26, pp. 279–284, 1971.

[5] C.A.L. Szuberla, J.V. Olson, “Uncertainties associated with parameter estimation in atmospheric infrasound arrays,” The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 115, pp. 253–258, 2004.

[6] A. M. Runco, “Detection Optimization of the Progressive Multi-Channel Correlation

Algorithm Used in Infrasound Nuclear Treaty Monitoring," M.Sc. Thesis, Department of Electrical Engineering, Air Force Institute of Technology, 2013.

[7] H. Sadeghi, M. Shahrab, "GPU-Based Parallel Implementation of Fisher Detector for Infrasonic Spectrum Sensing Systems," IEEE Sensors Journal, vol. 17, no. 14, pp. 4570-4582, 2017.

[8] G. Averbuch, J.D. Assink, P. S. M. Smets, L. G. Evers, "Infrasound analysis using Fisher detector and Hough transform," Geophysical Research Abstracts, vol. 18, no. 12391, 2016.

[9] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," Proceedings of the IEEE, vol. 8, no. 57, pp. 1408-1418, 1969.

[10] R.D. Costleya, W.G. Frazier, K. Dillion, J. R. Picucci, J. E. Williams, M. H. McKenna, "Frequency-wavenumber processing for infrasound distributed arrays," The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 134, pp. 307-311, 2013.

[11] R.R. Blandford, "Design of Infrasonic Arrays, Air Force Technical Applications Center," Technical Report, 1997.

[12] D. Havelock, S. Kuwano, M. Vorlander, Handbook of Signal Processing in Acoustics, vol. 1, 2008.

[13] D.J. Zywicki, G.J. Rix, "Frequency-wavenumber analysis of passive surface waves," 12th EEGS Symosium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems, pp. 75-84, 1999.

[14] H. Mack, E.A. Flinn, "Analysis of the spatial coherence of short-period acoustic-gravity waves in the atmosphere," Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, vol. 26, pp. 255–269, 1971.

[15] E.E. Gossard, "The effect of bandwidth on the interpretation of the cross-spectra of wave recordings from spatially separated sites," Journal of Geophysical Research, Space Physics, vol. 74, pp. 325-337, 1969.

[16] D.R. Christie, B.L. N. Kennett, C. Tarlowski, "Detection of atmospheric explosions at ims monitoring stations using infrasound techniques," presented at the 28th Seismic Research Review; Ground-Based Nuclear Explosion Monitoring Technologies, Australian National University, 2006.

[17] D.R. Christie, B.L. N. Kennett, C. Tarlowski, "Advances in infrasound technology with application to nuclear explosion monitoring," presented at the 29th Seismic Research Review; Ground-Based Nuclear Explosion Monitoring Technologies, Australian National University, 2007.

Journal of Acoustical Engineering Society of Iran, Vol. 5, No. 2, 2018

Analysis and determination of effective parameters on direction-finding performance in infrasound sensing arrays

H. Sadeghi*, A. Ghasemi

Acoustics Signal Processing Laboratory

Abstract

Recently, infrasound arrays have been greatly considered by researchers because of their unique ability in long-range monitoring of natural and anthropogenic events. Since different geometric configuration have different performance in terms of detection probability and direction-finding accuracy, it has always been the question of what the optimal arrangement for an infrasound array is. In this paper, three methods for performance evaluation of infrasound microphone arrays are introduced and in each case, associated analytical equations are derived. Firstly, the so-called frequency-wavenumber power spectral density is described as a well-known array-based detection performance evaluation criterion. As the second method, direction-dependency of array-averaged coherence coefficient is proposed for measurement of detection accuracy. Finally, the degree of uncertainty in estimation of parameters of incoming wave over the array is proposed as a performance criterion. Then, by using the proposed methods, performance of different array geometries are studies through several computer simulations. The results of this paper show the required characteristics of an optimum configuration strategy for the deployment of infrasound arrays.

Keywords: Array geometry, Microphone array, Optimum configuration, Infrasound.

pp. 22-42 (In Persian)

* Corresponding author E-mail: h.sadeghi@mail.ru