

طراحی و تحلیل عملکرد یک نانوشتاب‌سنج بازآوایشی (رزونانسی) با کاربرد پایش امواج زمین‌صوتی

میثم رحمتی احمدآبادی^۱، سیامک اسماعیل‌زاده خادم^{۲*}، مسعود راسخ^۲

۱. گروه نانومواد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

۲. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

در این مقاله، طراحی و تحلیل عملکردی یک نانوحسگر بازآوایشی برای رصد زمین‌لرزه با کاربرد اندازه‌گیری امواج بسامد پایین زمین‌صوتی پیشنهاد شده است. الگوی ارائه شده از یک جرم معیار که توسط تکیه‌گاه به زیرلایه متصل شده و یک نانوتیر که در نزدیکی محل اتصال تکیه‌گاه قرار دارد، تشکیل شده است. این نانوتیر را می‌توان یک نوسانگر دوسردرگیر در نظر گرفت که با نیروی برقی‌ایستایی (الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی)) تحریک می‌شود. وارد شدن شتاب به جرم معیار موجب ایجاد نیروی کششی یا فشاری به صورت محوری در نوسانگر می‌شود. نیروی محوری وارد شده بر تیر منجر به تغییر انرژی پتانسیل ذخیره شده در تیر و در نتیجه تغییر بسامد طبیعی سامانه می‌شود. بنابراین، با اندازه‌گیری مقدار تغییر در بسامد طبیعی می‌توان شتاب وارده به جرم معیار را اندازه گرفت. به علاوه، بر روی دو طرف نوسانگر، لایه‌ای از ماده‌ی پیزوالکتریک قرار گرفته است که با اعمال ولتاژ به آن می‌توان عملکرد حسگر را بهبود بخشید. در ابتدا، معادلات حاکم بر نانوحسگر با استفاده از اصل همبالتون به دست می‌آیند که شامل نیروهای برقی‌ایستایی (الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی)) با اثر میدان فرینج، میرایی، پیزوالکتریک، کزیمیر و غیرخطیت ناشی از اثرات کششی است. در ادامه، معادلات با روش عددی انتگرال‌گیری مستقیم حل شده‌اند. عملکرد نانوحسگر از طریق نتایج شبیه‌سازی بررسی شده که شامل عملکرد دینامیکی ابزار، حساسیت، تفکیک‌پذیری، پهنای باند، برد دینامیک و مقاومت سازه‌ای می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهند که ابزار پیشنهاد شده می‌تواند در اندازه‌گیری امواج فروآوا و بسامد پایین زمین‌صوتی، عملکرد بهتری در مقایسه با حسگرهای تجاری ریز و کلان (میکرو و ماکرو) داشته باشد.

کلیدواژه‌ها: نانوحسگر، رصد زمین‌لرزه، دینامیک غیرخطیت، بازآوایشگر، شیوه مقیاس‌های زمانی چندگانه، فراآوایی، زمین‌صوتی.

۱. مقدمه

نفت و لرزه‌نگاری فضایی است، و منجر به توسعه‌ی لرزه‌نگارهای در ابعاد خرد و نانو شده است [۱]. شتاب‌سنج‌های مورد استفاده در لرزه‌نگاری باید قادر به اندازه‌گیری امواج زمین‌صوتی^۱ و شتاب زمین در بسامدهای پایین (زیر ۱۰۰ هرتز) و با تفکیک‌پذیری بهتر از شتاب معادل نوفه‌ی زمین^۲ [۲] (مطابق شکل ۱) و در دامنه‌ی دینامیکی ± 5 برابر شتاب زمین باشند. در شتاب‌سنج‌های ریزبرقی مکانیکی^۳ رایج، تفکیک‌پذیری با کاهش ابعاد، تضعیف می‌شود. یک راه حل مناسب در حسگرهای نجتال بازآوایشی، طراحی به شکل ترکیب سامانه‌های خرد و نانوبرقی مکانیکی^۴ است که شامل

لرزه‌نگارها در پیش‌بینی زمین‌لرزه، پایش سلامت ساختمان، آرایه‌های زلزله‌سنجی از راه دور، پایش ارتعاشات زیر دریا در سامانه‌های اخطار سونامی و اکتشافات نفت و گاز کاربرد دارند. لرزه‌نگارهای رایج، بزرگ، سنگین (تقریباً ۱۰ کیلوگرم) و گران (۵۰ هزار تا ۱۰۰ هزار دلار) هستند. این تجهیزات پرمصرف هستند و نصب و نگهداری آن‌ها گران است. این موارد مهم‌ترین موانع بر سر استفاده از آن‌ها در سازه‌های ساختمانی، پل‌ها، ساختمان‌های بزرگ، مکان‌های دور از شبکه برای پایش زمین‌لرزه یا اکتشاف

¹ Geoacoustic

² NEA

³ Microelectromechanical systems

⁴ Nanoelectromechanical systems

* نویسنده پاسخگو: khadem@modares.ac.ir

الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) (برقی‌ایستایی) با اثر میدان فرینج و غیرخطیت هندسی با روش‌های پرتابه‌ای و روش موازنه دینامیک تزویج با روش عددی غیرمجانبی حل کرده است [۷].

راسخ و همکاران در سال ۲۰۱۳ رفتار غیرخطیت نانولوله‌های کربنی دوسردگیر با تحریک الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) را با در نظر گرفتن غیرخطیت هندسی و نیروهای بین مولکولی و اندروالس با روش انتگرال‌گیری مستقیم شبیه‌سازی کرده‌اند [۸].

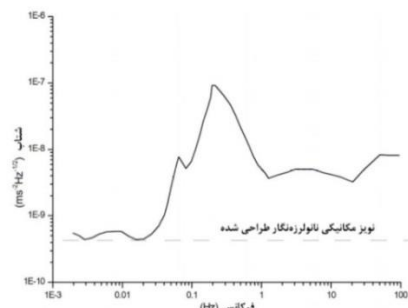
عزیزی و همکاران در سال ۲۰۱۴ باز‌آوایش اولیه یک ریزتیر دوسردگیر تحت تحریک نیروی ترکیبی مستقیم و متناوب الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) را با استفاده از اعمال ولتاژ پیزوالکتریک تنظیم کرده‌اند. روش مورد استفاده در تحلیل‌ها پرتابه‌ای بوده و با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه صحه‌گذاری شده است [۹].

زو و سثیا در سال‌های ۲۰۱۷ و ۲۰۱۸ یک ریزشتاب‌سنج باز‌آوایشی با تفکیک‌پذیری بالا و پهنای باند گسترده در دامنه‌ی دینامیک ورودی بزرگ را در رژیم‌های خطی و غیرخطیت مشخصه‌بندی و با تنظیم ولتاژ بازخورد بهینه کرده‌اند [۱۰-۱۱].

عوقد و همکاران در سال ۲۰۱۸ مشخصه‌های پولین یک نانوتیر را تحت تحریک نیروی الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) و با در نظر گرفتن نیروهای بین مولکولی به‌صورت تحلیلی با حل بسته تخمین زده‌اند [۱۱].

چندین تولیدکننده‌ی تجاری و مرکز تحقیقاتی اقدام به طراحی و ساخت لرزه‌نگارهایی در ابعاد کلان و ریز کرده‌اند. در دسته‌ی لرزه‌نگارهای کلان، اس‌تی‌اس-۱^۲، یک جرم ۴ کیلوگرمی روی فنرهای برگی قرار داده که دامنه تناوب ۳۶۰ ثانیه‌ای ایجاد می‌کند و برای ایجاد کم‌ترین کف نوفه در خلا نصب شده‌اند. اس‌تی‌اس-۲^۳ و سی‌ام‌جی-۳ جرم‌های ۱۳ و ۱۴ کیلوگرمی و دوره تناوب ۱۲۰ ثانیه دارند که شتاب معادل نوفه‌ی کم‌تر از $m/s^2/\sqrt{Hz}$ ^{۱۰-۱۰} ایجاد می‌کند. سرسل‌ال-۴^۴ و اوپو ژئواسپیس^۵ با جرم‌های کم‌تر ۰٫۵ کیلوگرم و ۲۲٫۷ گرم و بسامد

قطعات ریزبرقی‌مکانیکی (جرم ارتعاشی و لنگرها) و نانوبرقی‌مکانیکی (نوسانگرها) به‌صورت هم‌زمان می‌شود و عملکرد این حسگرها را بهبود می‌بخشد.



شکل ۱ الگوی نوفه‌ی پایین جدید جامع جغرافیایی ایالات متحده^۱ برحسب شتاب تخمینی نوفه‌ی با واحد $m/s^2/\sqrt{Hz}$ حرکت زمین برحسب بسامد. سطوح نوفه‌ی مکانیکی برای نانولرزه‌نگار ارائه‌شده در شکل نشان داده شده است، با تغییراتی در منبع [۲].

از شتاب‌سنج‌های باز‌آوایشی معمولاً در اندازه‌گیری شتاب‌های با بسامد پایین و تغییرات کم در طول زمان استفاده می‌شود. در این شتاب‌سنج‌ها از تغییر بسامد طبیعی یک نوسانگر در اثر نیروی محوری وارد شده ناشی از شتاب وارد بر جرم معیار، برای اندازه‌گیری شتاب وارده استفاده می‌شود. امتیاز اصلی شتاب‌سنجی باز‌آوایشی، خروجی شبه‌رقومی دقیق و تفکیک‌پذیری بالای آن است [۳] که امکان پردازش علامت رقومی را بدون نیاز به تراگذارهای پیچیده و گران‌انالوگ به رقومی فراهم می‌کند. البته این روش برای اندازه‌گیری شتاب‌های بالای چند صد هرتز مناسب نیست [۴]. این حسگرها نسبت به روش‌های دیگر از جمله خوانش خازنی، مزایای از جمله حساسیت و تفکیک‌پذیری بالا، مصرف توان پایین و پایداری بلند مدت را دارند [۵].

با کاهش ابعاد، غیرخطیت زودتر رخ می‌دهد و پایش نوسانات در این حسگرها در دامنه‌های کم مشکل است. بنابراین، الگوسازی دینامیک غیرخطیت این حسگرها در دامنه‌های بزرگ اهمیت زیادی دارد [۶].

رفتار دینامیکی نوسانگرهای خرد و نانوبرقی‌مکانیکی در چندین مقاله بررسی شده‌اند. قاسم در سال ۲۰۱۰ ارتعاشات یک ریزنوسانگر با کاربرد شتاب‌سنج را با استفاده از نظریه تیر اوپلر-برنولی و در نظر گرفتن نیروی

^۱ USGS

^۲ STS-1

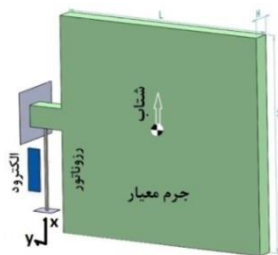
^۳ STS-2

^۴ Sercel L-4

^۵ Oyo-Geospace HS-1

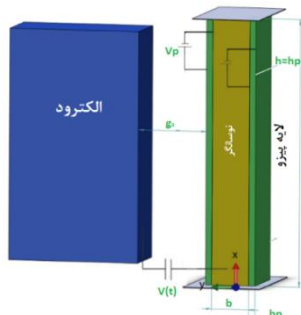
۲. الگوسازی

طرح کلی شتاب‌سنج بازآوایشی در شکل نشان داده شده است. این حسگر از جرم معیار M_s که توسط تکیه‌گاه به زیرلایه متصل شده، یک نوسانگر و یک الکتروود جهت تحریک و خوانش الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) تشکیل شده است. نوسانگر استفاده شده یک نانوتیر دوسردرگیر است که توسط دو لایه پیزوالکتریک دربر گرفته شده است و به محل اتصال جرم معیار به زیرلایه متصل می‌شود. این نانوتیر توسط الکتروود تحریک می‌شود. بازآوایش توسط قرارگیری نوسانگر در یک حلقه بازخورد مدار نوسانی حفظ می‌شود. شتاب خارجی γ که در جهت محور x به ابزار وارد می‌شود، منجر به وارد شدن نیروی محوری به نوسانگر خواهد شد. نیروی محوری اعمالی باعث جابه‌جایی در بسامد طبیعی نوسانگر به دلیل تغییر در انرژی پتانسیل نامی سامانه می‌شود. بنابر این اندازه‌گیری جابه‌جایی بسامدی می‌تواند شتاب وارده را آشکار سازد.



شکل ۲ نمای کلی شتاب‌سنج شامل جرم معیار، نانونوسانگر و الکتروود.

نمای کلی از نوسانگر مورد تحلیل در شکل ۳ نشان داده شده است. طول تیر با l ، عرض آن با b ، و ضخامت با h نشان داده شده‌اند. مشخصات لایه پیزو با زیرنویس p مشخص شده‌اند.



شکل ۳ طرح کلی نانونوسانگر با تحریک الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) و دارای دو لایه پیزوالکتریک.

بازآوایش ۱ هرتز و ۴٫۵ هرتز نوفه خودی بسیار بالاتری دارند [۱۲-۱۷].

در مورد لرزه‌نگارهای دارای ابعاد ریز، می‌توان به شتاب‌سنج راکستاد در سال ۱۹۹۵ اشاره کرد که نوفه‌ی $10^{-7} \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$ داشت [۱۸]. لرزه‌نگارهای ساخته شده توسط یزدی [۱۹] در سال ۲۰۰۰ و سوزوکی [۲۰] در سال ۲۰۰۶ هم نوفه‌هایی بیش‌تر از نوفه‌ی زمین داشتند. کومار در سال ۲۰۰۷ یک ریزشتاب‌سنج را به منظور لرزه‌نگاری در مأموریت‌های فضایی طراحی کرده است که نوفه‌ی نسبتاً پایینی دارد [۱].

با توجه به مقالات فوق مشاهده می‌شود که تاکنون حسگری در مقیاس‌های خرد و نانو طراحی نشده است که نوفه‌ای کم‌تر از نوفه‌ی زمین داشته و در کاربردهای لرزه‌نگاری یا پیش‌بینی زلزله مناسب باشد که این کار برای اولین بار در مقاله انجام شده است. این حسگرها در بسامدهای پایین کار می‌کنند که منجر به نوفه‌ی براونی و سازند کیفیت پایین ناشی از میرایی گرماکشسانی می‌شود. برای غلبه بر این محدودیت‌ها برای اولین بار یک حسگر بازآوایشی با جرم معیار در ابعاد ریز و نوسانگر در ابعاد نانو با نوفه‌ی کم‌تر از نوفه‌ی زمین ارائه شده است که منجر به حساسیت و تفکیک‌پذیری بالاتر و پهنای باند گسترده‌تر می‌شود.

به علاوه در مقالات موجود، به ندرت و در مورد مشخصه‌های محدودی از روش‌های نظریه برای شبیه‌سازی رفتار و تحلیل عملکرد حسگرهای شتاب‌سنج استفاده شده است. از نوآوری‌های دیگر این مقاله می‌توان به استفاده از لایه‌ی پیزوالکتریک به منظور بهبود عملکرد حسگر اشاره کرد.

شبیه‌سازی و الگوسازی یک حسگر شتاب شامل جرم معیار در ابعاد ریز و یک نانوتیر مرتعش با بسامد بازآوایشی بالا در مرتبه‌ی مگاهرتز منجر به غلبه بر مشکل تضعیف تفکیک‌پذیری با کاهش ابعاد شده است. افزایش بسامد کاری موجب افزایش حساسیت و بهبود تفکیک‌پذیری ابزار خواهد شد. در این مقاله، با در نظر گرفتن معادله‌ی غیرخطی حاکم بر سامانه، شبیه‌سازی دینامیک، حساسیت، تفکیک‌پذیری، برد دینامیک، پهنای باند و مقاومت سازه‌ای مطالعه شده‌اند.

۲-۱. استخراج معادلات حرکت

$$(EI)_{eq} = EI + E_p h a h_p \left(\frac{h}{\gamma} + h_p \right) \quad (4)$$

انرژی کرنشی ناشی از کشش صفحه‌ی میانی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$U_a = \frac{(EA)_{eq}}{8l} \left(\int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \right) \quad (5)$$

که در آن

$$(EA)_{eq} = Eah + \gamma E_p a h_p \quad (6)$$

انرژی کرنشی ناشی از نیروی محوری پیزوالکتریک از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$U_p = \frac{F_p}{\gamma} \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (7)$$

که در آن

$$F_p = \gamma e_{\gamma 1} V_p a h_p \quad (8)$$

۲-۱-۳. کار نیروهای خارجی

نیروی خارجی وارد شده به نانوتیر ناشی از تحریک الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) و نیروی کزیمیر به صورت معادله‌ی ۹ نوشته می‌شود:

$$W_{ext} = \int_0^L (F_e + F_c + F_d) dx \quad (9)$$

که در آن نیروی میرایی F_d ، نیروی الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) F_e و نیروی کزیمیر F_c به شرح ذیل هستند:

$$F_e = \frac{\epsilon \cdot b V^2}{\gamma (g - w)^2} \left(1 + 0.65 \frac{(g - w)}{b} \right) \quad (10)$$

$$F_c = \frac{\pi^2 \hbar C b}{240 (g - w)^4}$$

$$F_d = -c \frac{\partial w}{\partial t}$$

که در آن \hbar ثابت پلانک تقسیم بر 2π ، \hbar ، و سرعت نور به ترتیب 1.055×10^{-34} Js و 3×10^8 m/s هستند. به علاوه $c = 2\zeta\omega$ است که ω بسامد طبیعی سامانه می‌باشد و داریم:

$$V = V_{DC} + V_{AC} \cos(\Omega t) \quad (11)$$

۲-۱-۴. اصل همیلتون

با در نظر گرفتن اثر میرایی می‌توان اصل همیلتون را به این شکل نوشت:

در این بخش از اصل همیلتون به منظور استخراج معادله‌ی حاکم بر رفتار تیر استفاده شده است. فرضیات مورد استفاده به این شرح هستند: (۱) از تغییر شکل برشی در تیر صرف نظر می‌شود. در نتیجه تیر به صورت تیر اولیری در نظر گرفته می‌شود که دلیل اصلی آن ضریب رعنائی بالای تیر است. (۲) فرض می‌شود که تیر دوسر درگیر است. (۳) اثرات میرایی خطی خارجی به صورت متناسب با سرعت مطلق هر ذره از تیر و به صورت توزیع یکنواخت در نظر گرفته می‌شوند. (۴) فرض می‌شود که جابه‌جایی تیر بزرگ است و باعث بوجود آمدن اثرات غیرخطی هندسی می‌گردد. (۵) جرم متصل به نوسانگر به صورت صلب الگو می‌شود. (۶) نوسانگر با دو لایه‌ی پیزوالکتریک دربرگرفته شده است. (۷) نیروی الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) با فرض میدان فرینج و نیروهای کزیمیر در نظر گرفته می‌شوند.

۲-۱-۱. انرژی جنبشی

انرژی جنبشی نانوتیر به همراه لایه‌های پیزوالکتریک از رابطه‌ی ۱ به دست می‌آید:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L (\rho A)_{eq} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx \quad (1)$$

که در آن A نشان‌دهنده‌ی سطح مقطع تیر، ρ چگالی، و w جابجایی در جهت عرضی هستند. زیرنویس eq به معنای معادل است، و داریم

$$(\rho A)_{eq} = \rho A + \gamma \rho_p A_p \quad (2)$$

۲-۱-۲. انرژی کرنشی

انرژی پتانسیل کرنشی نانوتیر به صورت مجموع انرژی ناشی از خمش (U_b)، نیروی محوری ناشی از کشش صفحه‌ی میانی (U_a) و نیروی محوری ناشی از لایه‌های پیزوالکتریک (U_p) بیان می‌شوند [۲۱].

انرژی کرنشی ناشی از خمش مکانیکی نانوتیر و لایه‌های پیزوالکتریک از رابطه‌ی ۳ به دست می‌آید:

$$U_b = \frac{(EI)_{eq}}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3)$$

که در آن

$$\frac{\partial^{\tau} w^*}{\partial x^{*\tau}} + \frac{\partial^{\tau} w^*}{\partial t^{*\tau}} + c^* \frac{\partial w^*}{\partial t^*} - [N_T^*] \frac{\partial^{\tau} w^*}{\partial x^{*\tau}} - \left[\alpha_1 \int_0^1 \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right)^{\tau} dx \right] \frac{\partial^{\tau} w^*}{\partial x^{*\tau}} \quad (17)$$

$$= \frac{\alpha_{\tau} V^{\tau}}{(1-w^*)^{\tau}} + \frac{\alpha_3 V^{\tau}}{(1-w^*)} + \frac{\alpha_{\tau}}{(1-w^*)^{\tau}}$$

که در آن

$$c^* = \frac{c L^{\tau}}{(EI)_{eq} \tau}$$

$$N_T^* = \frac{(N_a + N_{\tau} + F_p) L^{\tau}}{(EI)_{eq}}$$

$$\alpha_1 = \frac{g_{\tau} (EA)_{eq}}{\tau (EI)_{eq}}$$

$$\alpha_{\tau} = \frac{\varepsilon \cdot b L^{\tau}}{\tau (EI)_{eq} g_{\tau}}$$

$$\alpha_{\tau} = \frac{\varepsilon \cdot L^{\tau}}{2(EI)_{eq} g_{\tau}}$$

$$\alpha_{\tau} = \frac{\pi^{\tau} \bar{h} c b L^{\tau}}{24 \cdot (EI)_{eq} g_{\tau}}$$

شرایط مرزی در $x=0$ و $x=1$

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

۲-۲. روش حل

در ادامه معادله‌ی ۱۷ با استفاده از روش انتگرال‌گیری مستقیم به صورت عددی حل شده است.

برای استفاده از روش اغتشاشات در حل معادله و تحلیل پاسخ در مجاورت بازآوایش اولیه، دامنه‌ی حرکت باید به اندازه‌ی کافی کوچک باشد؛ برای برآوردن این شرط فرض می‌شود که تغییر شکل تیر w ، ترکیبی از مولفه‌ی استاتیک w_s ناشی از ولتاژ مستقیم و مولفه‌ی دینامیک w_d ناشی از تحریک هارمونیک ولتاژ متناوب است [۹].

معادله‌ی حاکم برای w_d به این شکل است:

$$w(x,t) = w_s(x) + w_d(x,t) \quad (20)$$

برای محاسبه‌ی تغییر شکل استاتیک w_s ، مشتقات زمانی و تحریک هارمونیک را در رابطه‌ی ۱۷ برابر صفر قرار داده و با حذف علامت * رابطه‌ی ۲۱ به دست می‌آید.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W_{ext}) dt = 0 \quad (12)$$

۲-۱-۵. معادله ارتعاشی

با اعمال اصل همپلتون و یک مجموعه ساده‌سازی ریاضی معادله‌ی ارتعاشی نانوتیر با در نظر گرفتن غیرخطیت هندسی، نیروی الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی)، تنش محوری و نیروی مانده محوری، نیروی کزیمیر، نیروی ویسکوالاستیک (لزج کشسانی) و اثر پیزوالکتریک به این شکل درمی‌آید:

$$(EI)_{eq} \frac{\partial^{\tau} w(x,t)}{\partial x^{\tau}} + (\rho A)_{eq} \frac{\partial^{\tau} w(x,t)}{\partial t^{\tau}} + c \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} - [N_a + N_{\tau} + F_p] + \frac{(EA)_{eq}}{\tau l} \int_0^l \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right)^{\tau} dx$$

$$\frac{\partial^{\tau} w(x,t)}{\partial x^{\tau}} = \left[\frac{\varepsilon \cdot b V^{\tau}}{\tau (g_{\tau} - w)^{\tau}} + \frac{0.6 \Delta \varepsilon \cdot V^{\tau}}{\tau (g_{\tau} - w)} \right] + \frac{\pi^{\tau} \bar{h} c b}{24 \cdot (g_{\tau} - w)^{\tau}} \quad (13)$$

که در آن

$$(EI)_{eq} = \int_{-h}^h E b z^{\tau} dz + E_p A h_p \left(\frac{h}{\tau} + h_p \right)$$

$$= \frac{1}{12} E b h^{\tau} + \tau E_p \left(\frac{1}{12} b h_p^{\tau} + \left(\frac{h}{\tau} + \frac{h_p}{\tau} \right)^{\tau} b h_p \right) \quad (14)$$

$$(EA)_{eq} = EA + \tau E_p A_p \quad (15)$$

در مرحله‌ی اول معادلات بدون بعد می‌شوند. با تعریف کمیت‌های بی‌بعدسازی زیر

$$t^* = \frac{t}{\tau}, \quad w^* = \frac{w}{g}, \quad x^* = \frac{x}{L}, \quad \tau = \sqrt{\frac{(\rho A)_{eq} L^{\tau}}{(EI)_{eq}}} \quad (16)$$

و جای‌گذاری این عبارات در رابطه‌ی ۱۳ معادله‌ی بی‌بعد به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \dots + \alpha_3 \left[\frac{V_{DC}^r w_d}{(1-w_s)^r} + \frac{V_{DC}^r w_d^r}{(1-w_s)^r} \right. \\ & \quad \left. + \frac{V_{DC}^2 w_d^r}{(1-w_s)^f} \right] \\ & + \frac{^2 V_{DC} V_{AC} \cos(\Omega t)}{1-w_s} \\ & + \frac{^2 V_{DC} V_{AC} \cos(\Omega t)}{(1-w_s)^r} w_d + \dots \\ & + \alpha_f \left[\frac{^4 V_{DC}^r w_d}{(1-w_s)^\delta} + \frac{^{10} V_{DC}^r w_d^r}{(1-w_s)^f} \right. \\ & \quad \left. + \frac{^{20} V_{DC}^r w_d^r}{(1-w_s)^y} \right] \\ & + \frac{^2 V_{DC} V_{AC} \cos(\Omega t)}{(1-w_s)^f} \\ & + \frac{^8 V_{DC} V_{AC} \cos(\Omega t)}{(1-w_s)^\delta} w_d + \dots \end{aligned}$$

در این مرحله، معادلات با روش گلرکین گسسته‌سازی شده و متغیر x از معادلات حذف می‌شود و معادلات تنها شامل متغیر t خواهد بود. داریم

$$w_d(x,t) = \Phi_k(x) W(t) \quad (24)$$

که در آن $W(t)$ تابع وابسته به زمان است و در ادامه به‌دست می‌آید، $\Phi_k(x)$ تابع شکل مود خطی k -ام تیر دوسردرگیر است که در یک تیر دو سردرگیر

$$\begin{aligned} \phi_k = & \cos(\lambda_k x) - \cosh(\lambda_k x) \\ & + \left[\frac{\cosh(\lambda_k) - \cos(\lambda_k)}{\sin(\lambda_k) - \sinh(\lambda_k)} \right] [\sin(\lambda_k x) \\ & - \sinh(\lambda_k x)] \end{aligned} \quad (25)$$

که λ_k با اعمال شرایط مرزی در رابطه‌ی ۲۵، مطابق جدول ۱ به‌دست می‌آید؛

جدول ۱ مقادیر λ_k

λ_k	شماره مود
۴٫۷۳۰	۱
۷٫۸۵۳	۲
۱۰٫۹۹۶	۳
۱۴٫۱۳۷	۴

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^f w_s}{\partial x^f} - [N_T^*] \frac{\partial^r w_s}{\partial x^r} \\ & - \left[\alpha_1 \int_0^1 \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)^r dx \right] \frac{\partial^r w_s}{\partial x^r} \\ & = \frac{\alpha_r V_{DC}^r}{(1-w_s)^r} + \frac{\alpha_r V_{DC}^r}{(1-w_s)} + \frac{\alpha_f}{(1-w_s)^f} \end{aligned} \quad (21)$$

با شرایط مرزی ذیل در $x=1$ و $x=0$

$$w_s = 0, \frac{dw_s}{dx} = 0 \quad (22)$$

با جای‌گذاری رابطه‌ی ۲۰ در ۱۷ و در نظر گرفتن رابطه‌ی ۲۱ و بسط تیلور نیروی الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) حول نقطه‌ی تعادل استاتیک، مسئله‌ی دینامیک حاکم به این شکل در می‌آید:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^f w_d}{\partial x^f} + \frac{\partial^r w_d}{\partial t^r} + c^* \frac{\partial w_d}{\partial t} - [N_T^*] \frac{\partial^r w_d}{\partial x^r} \\ & \alpha_1 \int_0^1 \left(\frac{\partial w_d}{\partial x} \right)^r dx \left[\frac{\partial^r w_d}{\partial x^r} \right] \\ & \alpha_1 \int_0^1 \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \right)^r dx \left[\frac{\partial^r w_d}{\partial x^r} \right] \\ & - \left[^2 \alpha_1 \int_0^1 \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \frac{\partial w_d}{\partial x} \right) dx \right] \frac{\partial^r w_d}{\partial x^r} \\ & - \left[^2 \alpha_1 \int_0^1 \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} \frac{\partial w_d}{\partial x} \right) dx \right] \frac{\partial^r w_s}{\partial x^r} \\ & - \left[\alpha_1 \int_0^1 \left(\frac{\partial w_d}{\partial x} \right)^r dx \right] \frac{\partial^r w_d}{\partial x^r} \\ & = \alpha_r \left[\frac{^2 V_{DC}^r w_d}{(1-w_s)^r} + \frac{^3 V_{DC}^r w_d^r}{(1-w_s)^f} \right. \\ & \quad \left. + \frac{^4 V_{DC}^r w_d^r}{(1-w_s)^\delta} \right] \\ & + \frac{^2 V_{DC} V_{AC} \cos(\Omega t)}{^2} \\ & + \frac{^4 V_{DC} V_{AC} \cos(\Omega t) w_d}{(1-w_s)^r} + \dots \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \alpha_1 V_{DC} \int_0^1 \frac{\Phi_1}{(1-w_s)^2} dx \\
 &+ \alpha_2 V_{DC} \int_0^1 \frac{\Phi_1}{(1-w_s)^3} dx \\
 &+ \alpha_3 V_{DC} \int_0^1 \frac{\Phi_1}{(1-w_s)^4} dx \\
 F_2 &= \alpha_4 V_{DC} \int_0^1 \frac{\Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^2} dx \\
 &+ \alpha_5 V_{DC} \int_0^1 \frac{\Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^3} dx \\
 &+ \alpha_6 V_{DC} \int_0^1 \frac{\Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^4} dx
 \end{aligned}$$

ضرایب در هر یک از مودهای ارتعاشی محاسبه می‌شوند. رابطه‌ی ۲۶ با استفاده از روش انتگرال‌گیری مستقیم قابل حل است.

۳. مدار خوانش

در این حسگر، نوسانگر از طریق قرار گرفتن در یک حلقه‌ی بازخورد مدار در بازآوایش نگه داشته شده و تعداد نوسان آن اندازه‌گیری می‌شود. با وارد شدن شتاب خارجی به جرم معیار در راستای محور حساس، نیروی محوری به نوسانگر وارد می‌شود. نیروی اعمالی به دلیل تغییر در انرژی پتانسیل نامی منجر به جابه‌جایی در بسامد بازآوایش نوسانگر می‌شود.

خروجی این ابزار، اختلاف ایجاد شده در بسامد خروجی با وارد شدن شتاب است. حرکات نوسانی نوسانگر، توسط تغییر ظرفیت خازنی ایجاد شده بر اثر این حرکات اندازه‌گیری می‌شود و نوسانگر از طریق یک حلقه‌ی بسته پی‌اچ‌ال^۱ با استفاده از تحریک الکترواستاتیکی (برقی‌ایستایی) در بسامد بازآوایش تحریک می‌شود.

این مدار بازخوردی باعث می‌شود بسامد بازآوایشی نوسانگر حفظ شود و نوسانگر با تغییر بسامد طبیعی در اثر تغییر پارامتر فیزیکی مورد اندازه‌گیری، هم‌چنان در بسامد طبیعی نوسان کند.

یک کنترلر بازخوردی به یک پایش فعال بسامد بازآوایش و حرکت آن نیاز دارد. به علاوه یک سازوکار تحریک نیاز است که نوسانگر را در نوسان نگه می‌دارد. مولفه‌های اصلی

با جای‌گذاری معادله‌ی ۲۴ در معادله‌ی حرکت ۲۳ و ضرب شکل مود متناظر در این رابطه و انتگرال‌گیری از نتیجه‌ی حاصل در طول تیر رابطه‌ی ۲۶ به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 &K_1 W + K_2 W^2 \\
 &+ K_3 W^3 + A_1 \dot{W} + A_2 \dot{W}^2 \\
 &= F_1 V_{AC} \cos(\Omega t) + F_2 V_{AC} \cos(\Omega t) W
 \end{aligned} \tag{۲۶}$$

که ضرایب به این شرح هستند:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \int_0^1 (\Phi_1 \Phi_1) dx \\
 A_2 &= c^* \int_0^1 (\Phi_1 \Phi_1) dx \\
 K_1 &= \int_0^1 (\Phi_1 \Phi_1^{IV}) dx - (N_T \\
 &+ \left[\alpha_1 \int_0^1 (\Phi_1'(x))^2 dx \right] \int_0^1 \Phi_1 \Phi_1'' dx \\
 &- \left[\alpha_2 \int_0^1 (w_s' \Phi_1') dx \right] \int_0^1 \Phi_1 w_s'' dx \\
 &- \alpha_2 V_{DC} \int_0^1 \left(\frac{\Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^2} \right) dx \\
 &- \alpha_3 V_{DC} \int_0^1 \left(\frac{\Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^3} \right) dx \\
 &- \alpha_4 V_{DC} \int_0^1 \left(\frac{\Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^4} \right) dx \\
 K_2 &= - \left[\alpha_1 \int_0^1 (w_s' \Phi_1') dx \right] \int_0^1 \Phi_1 \Phi_1'' dx \\
 &- \left[\alpha_2 \int_0^1 (\Phi_1'(x))^2 dx \right] \int_0^1 \Phi_1 w_s'' dx \\
 &- \alpha_2 V_{DC} \int_0^1 \left(\frac{\Phi_1 \Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^2} \right) dx \\
 &- \alpha_3 V_{DC} \int_0^1 \left(\frac{\Phi_1 \Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^3} \right) dx \\
 &- \alpha_4 V_{DC} \int_0^1 \left(\frac{\Phi_1 \Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^4} \right) dx \\
 K_3 &= - \left[\alpha_1 \int_0^1 (\Phi_1')^2 dx \right] \int_0^1 \Phi_1 \Phi_1'' dx \\
 &- \alpha_2 V_{DC} \int_0^1 \left(\frac{\Phi_1 \Phi_1 \Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^2} \right) dx \\
 &- \alpha_3 V_{DC} \int_0^1 \left(\frac{\Phi_1 \Phi_1 \Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^3} \right) dx \\
 &- \alpha_4 V_{DC} \int_0^1 \left(\frac{\Phi_1 \Phi_1 \Phi_1 \Phi_1}{(1-w_s)^4} \right) dx
 \end{aligned} \tag{۲۷}$$

^۱ PLL

۴-۱. سازند کیفیت^۱

سازند کیفیت مکانیکی Q مقیاسی از اتلاف انرژی یک نوسانگر یا به عبارت دیگر، مقیاسی برای میرایی مکانیکی است. روابط تحلیلی مختلفی برای محاسبه‌ی سازند کیفیت وجود دارد.

سازند کیفیت موثر سامانه ترکیبی از سازندهای کیفیت لرج، گرماکشسانی^۲، لغزشی^۳ و موارد دیگر است که از رابطه‌ی ۲۷ به‌دست می‌آید:

$$\frac{1}{Q_{EFF}} = \frac{1}{Q_{TH}} + \frac{1}{Q_{SQ}} + \frac{1}{Q_{SL}} + \frac{1}{Q_{OTHER}} \quad (27)$$

که در رابطه‌ی فوق Q_{TH} ، Q_{SQ} و Q_{SL} به ترتیب سازند کیفیت موثر، گرماکشسانی، فیلم فشاری و لرج و سازند کیفیت ناشی از اثرات دیگر هستند. با توجه به ایجاد خلأ در محفظه‌ی حسگر، میرایی گرماکشسانی بیش‌ترین نقش را در سازند کیفیت دارد و استهلاک لرج و فیلم فشرده اثر زیادی ندارند [۲۲].

استهلاک گرماکشسانی طبق نظریه‌ی زرن برای تیرهای با مقطع مستطیل تحت تحریک هم‌ساز^۴ معتبر است [۲۳]. سازند کیفیت گرماکشسانی از این رابطه به‌دست می‌آید:

$$Q_{TH}^{-1} = \frac{E\alpha^2 T_c \omega \tau_z}{\rho_b C_p [1 + (\omega \tau_z)^2]} \quad (28)$$

که در آن ρ_b چگالی حجمی ماده و E مدول گرماکشسانی هستند. α ضریب انبساط حرارتی و C_p گرمای ویژه تحت فشار ثابت و T_c دمای محیط هستند. ω بسامد تحریک و τ_z زمان واهلش^۵ برای مود اول ارتعاشی تیر هستند که τ_z از رابطه ۲۹ به‌دست می‌آید [۲۳]:

$$\tau_z = \frac{h^2}{\pi^2 \kappa} \quad (29)$$

که در آن κ ضریب انتشار حرارت در ماده تیر و h ضخامت آن است. برای تخمین استهلاک لرج از دو سازند کیفیت استهلاک لایه فشاری^۶ و لغزشی استفاده می‌شود. لرجت موثر در استهلاک لایه لغزشی از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید [۲۴]:

$$\mu_{SL} = \frac{\mu}{1 + 2K_n + 0.2K_n^{1.75} e^{-Kn/10}} \quad (30)$$

¹ Quality Factor

² Thermoelastic

³ Sliding film

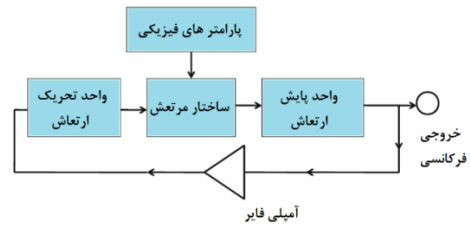
⁴ Harmonic

⁵ Phase Locked Loop

⁶ Relaxation time

⁷ Squeeze film

حسگر بازآوایشی شامل نوسانگر، واحد تحریک، واحد پایش و مدار بازخورد در شکل نشان داده شده‌اند [۵].



شکل ۴ قسمت‌های اصلی تشکیل دهنده‌ی حسگر بازآوایشی [۵].

۴. نتایج شبیه‌سازی

به منظور ارائه‌ی نتایج شبیه‌سازی، ویژگی‌های مربوط به نمونه‌ی موردی نانوحسگر طبق جدول ۲ در نظر گرفته شد.

جدول ۲ هندسه و ثوابت فیزیکی مطالعه موردی [۲۳].

واحد	نماد	مقدار	پارامتر
μm	$L \times W \times H$	$92 \times 92 \times 5$	ابعاد جرم معیار
ng	M_s	$1e-10$	جرم معیار
λ	Leverage	80	سازند بزرگنمایی
nm	h	30	ارتفاع نانوتیر
nm	l	6000	طول نانوتیر
nm	b	300	عرض نانوتیر
nm	g.	200	فاصله‌ی الکترواستاتیک (برقی ایستایی) اولیه
nm	h_p	1	ارتفاع لایه‌های پیزوالکتریک
nm	l_p	6000	طول لایه‌های پیزوالکتریک
nm	b_p	300	عرض لایه‌های پیزوالکتریک
Kg/m^3	ρ	2332	چگالی نانوتیر
GPa	E	169.61	مدول یانگ نانوتیر
Kg/m^3	ρ_p	7500	چگالی لایه‌های پیزوالکتریک
GPa	E_p	76.6	مدول یانگ لایه‌های پیزوالکتریک
λ	\bar{e}_{31}	-9.29	ضریب پیزوالکتریک

جدول ۳ مقادیر استفاده شده در محاسبه سازند کیفیت [۲۳].

نماد	واحد	مقدار	سازند
Λ	M	$\times 10^{-8}$ ۶۷۱	مسیر آزاد میانگین هوا
μ	Pa.s	$\times 10^{-6}$ ۱۸،۶	لزجت هوا
C_p	J.Kg ⁻¹ K ⁻¹	۷۱۲	گرمای ویژه تحت فشار ثابت
A	K ⁻¹	$\times 10^{-6}$ ۲،۶	ضریب انبساط گرمایی سیلیکون
T.	K	۳۰۰	دما
κ	m ^۲ .s ^{-۱}	$\times 10^{-6}$ ۸۸	ضریب پخش سیلیکون
P	Pa	$\times 10^{-۲}$ ۱،۰۱	فشار داخل محفظه

۲-۴. پاسخ بسامدی

نمودار پاسخ بسامدی نوسانگر در ولتاژ پیزوالکتریک صفر به‌دست آمده از حل عددی رابطه‌ی ۲۶ در شکل نشان داده شده است. کم‌ترین ولتاژ مستقیم قابل اعمال، ۵ ولت و ولتاژ متناوب ۰/۵ ولت است زیرا در این ولتاژ کم‌ترین دامنه‌ی نوسان در شتاب ۵g برابر ۵ نانومتر در طیف بسامدی به‌دست می‌آید که این دامنه توسط آخرین روش‌های موجود قابل اندازه‌گیری است [۷] و در صورتی که ولتاژ از این مقدار کمتر شود، دامنه‌ی نوسان قابل اندازه‌گیری نخواهد بود.

که در آن μ لزجت گاز و K_n عدد نودسن هستند که عدد نودسن از رابطه ۳۱ به‌دست می‌آید:

$$K_n = \frac{\lambda}{g} \quad (31)$$

که λ برای هوا از رابطه‌ی وابستگی فشار و فاصله آزاد مولکول طبق رابطه‌ی ۳۲ به‌دست می‌آید [۲۵]:

$$P\lambda = ۶.۷۱ \times 10^{-۸} [Pa.m] \quad (32)$$

با فرض گاز غیرنیوتنی، ضریب استهلاک لایه لغزشی به صورت رابطه‌ی ۳۳ بیان می‌شود:

$$C_{SL} = \mu_{SL} \frac{A}{g} \quad (33)$$

که در آن A سطح الکتروود و g فاصله شکاف خازنی است. برای محاسبه‌ی ضریب استهلاک لایه فشاری، لزجت موثر از رابطه‌ی ۳۴ به‌دست می‌آید [۲۴]:

$$\mu_{SQ} = \frac{\mu}{1 + ۹.۶۳۸ K_n^{۱.۱۵۹}} \quad (34)$$

برای مقادیر کم لایه فشاری، ضریب استهلاک فشاری به‌صورت رابطه‌ی ۳۵ بیان می‌شود:

$$C_{SQ} = ۰.۴۲ \frac{\mu_{SQ} A^2}{g} \quad (35)$$

نسبت استهلاک و سازند کیفیت نظیر طبق روابط ۳۶ تا ۴۰ به‌دست می‌آید [۲۴]:

$$\zeta_{SL} = \frac{C_{SL}}{2m_{EFF}\omega_n} \quad \zeta_{SQ} = \frac{C_{SQ}}{2m_{EFF}\omega_n} \quad (36)-(40)$$

$$Q_{SL} = \frac{1}{2\zeta_{SL}} \quad Q_{SQ} = \frac{1}{2\zeta_{SQ}}$$

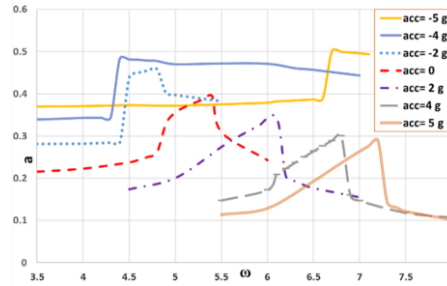
مقادیر جدول ۳ در محاسبه‌ی سازند کیفیت استفاده شده‌اند. مقادیر سازند کیفیت متناظر با فشارهای مختلف در جدول ۴ از رابطه‌ی ۲۷ به‌دست آمده است. نتایج با در نظر گرفتن Q_{OTHER} از مرتبه‌ی ۱۰^۵ به‌دست آمده‌اند [۲۵].

جدول ۴ مقادیر سازند کیفیت متناظر با فشارهای مختلف.

فشار	نوع فشار	Q_{SL}	Q_{SQ}	Q_{TH}	Q_{OTHER}	Q_{EFF}
۱	اتمسفر	۵.۶۸×10^7	۲.۱۷×10^7	۳.۸۱×10^8	۱.۱۵×10^5	۱۱۴۰۰۰
۰/۰۰۱	فشار کم	۵.۷۴×10^7	۲.۲۰×10^7	۳.۸۱×10^8	۱.۱۵×10^5	۱۱۵۰۰۰

۴-۴. اثر ولتاژ الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی)

پاسخ حسگر به شتاب ورودی تابع ولتاژی است که با آن تحریک صورت می‌گیرد. برای بررسی پاسخ حسگر در ولتاژهای مختلف تحریک، ولتاژ مستقیم V_{DC} الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) ۳ ولت به الکترودها وارد می‌شود. ولتاژ متناوب V_{AC} ، به ترتیب ۰٫۲، ۰٫۳ و ۰٫۴ ولت به الکترودها وارد شده است. پاسخ نوسانگر به این ولتاژها در بسامدهای تحریک مختلف در شکل نشان داده شده است.



شکل ۵ پاسخ بسامدی نوسانگر به ولتاژ تحریک الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) در شتاب‌های مختلف، $V_{DC} = ۵$ ، $V_p = ۰٫۵$ ، $V_{AC} = ۰$.

۴-۳. حساسیت (سازند مقیاس^۱)

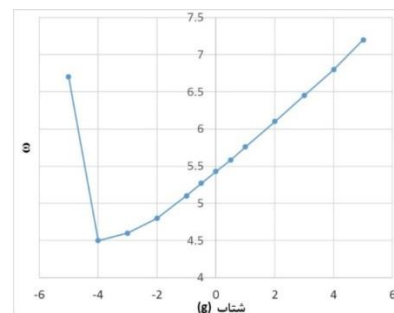
طبق تعریف نسبت تغییرات خروجی (در این جا بسامد باز‌آوایش) به تغییرات ورودی (در این جا شتاب در جهت مورد نظر) که قابل اندازه‌گیری است، حساسیت یا سازند مقیاس نامیده می‌شود [۲۶]. این کمیت معمولاً با به دست آوردن شیب نمودار ورودی-خروجی حسگر محاسبه می‌شود.

بسامد باز‌آوایش نوسانگر مطابق شکل در شتاب‌های مختلف نشان داده است و همان طور که مشاهده می‌شود، رفتار نوسانگر در شتاب‌های کم‌تر از ۲- برابر شتاب جاذبه غیرخطی است.

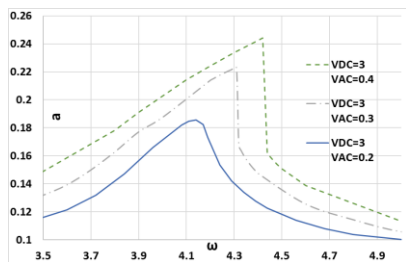
حساسیت یا سازند مقیاس برابر با شیب نمودار خروجی حسگر (بسامد باز‌آوایش) برحسب ورودی (شتاب وارد بر جرم معیار) است [۲۷] که در مورد این حسگر، حساسیت برابر است با ۲۶۷۵۰

$$SF_f = \frac{\Delta f_{out}}{\Delta y_{in}} = \frac{۶۷۵۰۹۷۷ \text{ Hz}}{m/s^2} \sim 688 \frac{kHz}{g} \quad (۴۱)$$

که در آن Δy_{in} تغییر شتاب ورودی و Δf_{out} جابه‌جایی بسامدی شتاب‌سنج است.



شکل ۶ نمودار بسامد بعد از باز‌آوایش نوسانگر در شتاب‌های مختلف، $V_p = ۰$ ، $V_{AC} = ۰٫۵$ ، $V_{DC} = ۵$.



شکل ۷ نمودار پاسخ نوسانگر در طیف بسامدی به تحریک در ولتاژهای الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) مختلف.

با توجه به نتایج به‌دست آمده، با افزایش ولتاژ متناوب، حرکت نوسانگر غیرخطی می‌شود. به‌علاوه، دامنه‌ی نوسانات در هر بسامد تحریک افزایش می‌یابد. از طرف دیگر بسامدی که در آن باز‌آوایش رخ می‌دهد نیز افزایش یافته است. هر چند افزایش ولتاژ تحریک با محدودیت پولین مواجه است، با افزایش آن می‌توان تفکیک‌پذیری حسگر امواج زمین‌صوتی را بهبود بخشید.

۴-۵. پهنای باند و زمان پاسخ

پهنای باند، دامنه‌ی بسامدهای ورودی است که در آن رابطه‌ی ورودی-خروجی حفظ می‌شود. معمولاً تغییر ۳ دسی‌بل در سازند مقیاس در لبه‌ی پهنای باند قابل پذیرش است [۲۸].

رابطه بین پهنای باند و بسامد باز‌آوایش ω و سازند کیفیت موثر به‌صورت زیر است [۵]

$$BW = \frac{\omega}{Q_{EFF}} \quad (۴۲)$$

در نتیجه بسامد طبیعی حدود ۱۱ مگاهرتز، پهنای باند شتاب‌سنج برابر ۱۱۰ هرتز به‌دست می‌آید. زمان پاسخ به ورودی از مشخصه‌های مهم شتاب‌سنج‌ها و لرزه‌نگارها

^۱ Scale factor

در آن چگالی نوفه‌ی جابجایی، ω بسامد نوسان، Q سازند کیفیت و P توان حامل جابجایی^۱ یعنی ریشه مربع میانگین دامنه تحریک نوسانگر برابر با $\frac{1}{2}w_{max}$ است.

نوفه‌ی الکترونیکی معمولاً برای تقویت‌کننده و مدار بازخورد به‌خوبی شناخته شده است و می‌توان به راحتی آن را در برد عملیاتی مورد نیاز زیر نوفه‌ی زمین طراحی کرد [۳۰]. در نتیجه با فرض پهنای باند ۱۱۰ هرتز و با انتگرال‌گیری روی پهنای باند داریم

$$\sigma_{\omega} = \sqrt{\int_0^{BW} S_{\omega}^{total}(\omega) d\omega} \quad (47)$$

پس تفکیک‌پذیری^۲ از رابطه‌ی ۴۸ به‌دست می‌آید:

$$\delta_{\gamma} = \frac{\sigma_{\omega}}{SF_{\gamma}} \quad (48)$$

که در آن SF_{γ} سازند مقیاس برابر است با:

$$SF_{\gamma} = M_s \times \gamma \times Leverage \quad (49)$$

و در آن M_s جرم معیار، γ شتاب وارد بر جرم معیار و اهرمگی^۳ ضریب بزرگنمایی اهرمی شتاب‌سنج هستند. تفکیک‌پذیری لرزه‌نگار ارائه‌شده با نوفه زمین بر مبنای یواس‌جی‌اس^۴ در جدول ۵ مقایسه شده‌اند.

جدول ۵ مقایسه‌ی تفکیک‌پذیری لرزه‌نگار ارائه‌شده با نوفه زمین

بر مبنای یواس‌جی‌اس.

نوفه یواس‌جی‌اس	حسگر طراحی شده	تفکیک‌پذیری
7×10^{-9}	$2,88 \times 10^{-9}$	

۴-۷. برد مقیاس کامل

بیشینه شتابی که بدون ایجاد اثرات غیرخطیت در سازوکار خوانش مبتنی بر صفحات موازی می‌توان اندازه گرفت، به عنوان دامنه‌ی عملکرد شتاب‌سنج در نظر گرفته می‌شود. دامنه‌ی عملکرد طبق تعریف، دامنه‌ی شتاب مثبت و منفی است که حسگر می‌تواند بدون رسیدن به حالت اشباع ردیابی کند.

مطابق شکل حسگر در دامنه‌ی ۲- تا ۴ برابر شتاب گرانش زمین خطی است که برد مقیاس کامل حسگر می‌باشد.

است. زمان پاسخ نسبت عکس با پهنای باند دارد. طبق تعریف [۱۹]؛

$$Response\ Time = \frac{1}{BW} \quad (43)$$

که برای حسگر مورد نظر برابر با ۰/۰۱ ثانیه به‌دست می‌آید.

۴-۶. تفکیک‌پذیری

کم‌ترین میزان تغییر در شتاب ورودی که در آن خروجی الکترونیکی از تراز نوفه قابل تشخیص است قدرت تفکیک‌پذیری یا رزولوشن گویند. باید توجه داشت که میزان تفکیک‌پذیری حسگر توسط نوفه مکانیکی و الکترونیکی محدود می‌شود. منبع نوفه مکانیکی همان نوفه براون‌ی و واحد تفکیک‌پذیری، واحد بیان نوفه است. با توجه به ماهیت نوفه براون‌ی که دارای طیف سفید است می‌توان آن را برحسب دو واحد $\frac{m}{s^2}/\sqrt{Hz}$ یا $\frac{\mu g}{\sqrt{Hz}}$ بیان کرد. نوفه مجموع ناشی از جرم، نوسانگر و تقویت‌کننده از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$S_{\omega}^{total}(\omega) = S_{\omega}^m(\omega) + S_{\omega}^r(\omega) + S_{\omega}^a(\omega) \quad (44)$$

طبق منبع [۲۹] چگالی طیفی نوفه نیرویی ناشی از نوسانات گرم‌مکانیکی نوسانگر از این رابطه به‌دست می‌آید

$$S_f^r(\omega) = \frac{2}{\pi} k_B T \frac{m_r \omega}{Q} \quad (45)$$

که در آن m_r جرم موثر نوسانگر، ω بسامد زاویه‌ای ارتعاش، Q سازند کیفیت، k_B ثابت بولتزمن و T دمای نوسانگر هستند.

بدون از دست‌دادن کلیت می‌توان فرض کرد که پهنای باند استفاده‌شده در خوانش فاز حلقه بسته در مقایسه با ۳- دسی‌بل پهنای باند نوسانگر بسیار باریک است. در نتیجه برای محاسبه‌ی چگالی نوفه‌ی جابجایی S_x^r می‌توان از تابع تبدیل آن $\frac{Q}{m_r \omega^2}$ استفاده کرد.

میزان نوسانات در بسامد ناشی از این نوفه‌ی دامنه، یا همان توان نوفه‌ی بسامد در یک سامانه حلقه بسته از این رابطه به‌دست می‌آید؛

$$S_{\omega}^r(\omega) = \left(\frac{\omega}{\sqrt{2}Q}\right)^2 \frac{S_x^r(\omega)}{P} \quad (46)$$

¹ Displacement carrier power

² Resolution

³ Leverage

⁴ USGS; United States Geographical Society

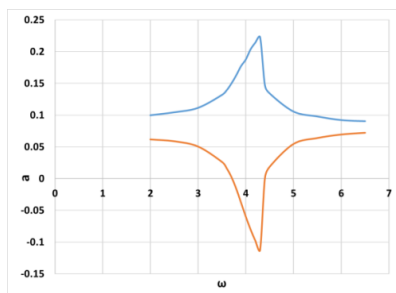
۴-۸. بازه دینامیکی

به‌منظور افزایش برد دینامیک حسگر بدون کاستن از تفکیک‌پذیری می‌توان از اعمال ولتاژ پیزوالکتریک متغیر استفاده کرد. به این شکل که با افزایش شتاب و نیروی محوری در تیر، لایه‌ی پیزوالکتریک هم در جهت مخالف نیرو وارد می‌کند. این امر منجر به افزایش برد دینامیک و رفتار خطی در نانوتیر خواهد شد زیرا در شتاب‌های بیش‌تر امکان اندازه‌گیری شتاب به وجود می‌آید.

با اعمال ولتاژ پیزوالکتریک می‌توان رفتار نوسانگر را در محدوده‌ی خطی حفظ کرد. به علاوه می‌توان ولتاژ الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) اعمالی را کاهش داد چون به این ترتیب در شتاب‌های کششی بالا دامنه‌ی نوسان کاهش نمی‌یابد و نیاز به افزایش ولتاژ الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) برای دستیابی به دامنه‌ی ۵ نانومتر نیست. به این ترتیب پاسخ بسامدی و بسامد باز‌آواشی در تمام شتاب‌ها با تغییر ولتاژ پیزوالکتریک مطابق جدول ۷ به شکل ۸ درمی‌آید که در تمام شتاب‌ها ثابت می‌ماند. با اعمال ولتاژ پیزوالکتریک مطابق جدول ۷، امکان دستیابی به برد مقیاس کامل $g \pm 5$ به وجود می‌آید که بیش‌ترین شتاب اندازه‌گیری‌شده در زمین‌لرزه‌ها است.

جدول ۷ ولتاژ پیزوالکتریک وارده در شتاب‌های مختلف.

شتاب (g)	V_p (V)
۵	-۰٫۰۷
۲٫۵	-۰٫۰۳۵
۱	-۰٫۰۱۴
۰	۰
-۱	۰٫۰۱۴
-۲٫۵	۰٫۰۳۵
-۵	۰٫۰۷



شکل ۸ پاسخ بسامدی نوسانگر به ولتاژ تحریک الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) در شتاب‌ها و ولتاژهای پیزوالکتریک متغیر.

بازه دینامیک نسبت دامنه‌ی ورودی حسگر به قدرت تفکیک‌پذیری آن است که نسبت ورودی-خروجی در آن حفظ می‌شود و معمولاً برحسب دسی‌بل بیان می‌شود.

حد بالای بازه‌ی دینامیک یا دامنه‌ی عملکرد از حد شروع غیرخطیت شدن به‌دست می‌آید که در بخش قبل محاسبه شد. محدوده‌ی پایینی دامنه‌ی دینامیک از مجموع تمام فرآیندهای آشوبناک محرک نوسانگر به‌دست می‌آید که شامل نوسانات گرم‌مکانیک، نوفه‌ی کوانتوم، نوفه‌ی ناشی از جذب و واجذب گازها و منابع ذاتی مانند نوفه‌ی ارتعاشی و تجهیزات (خوانش) است. با استفاده از تفکیک‌پذیری و دامنه‌ی عملکرد که از بخش‌های قبل به‌دست آمد، بازه‌ی دینامیک برای یک مقطع مستطیل شکل از رابطه‌ی ۵۰ به‌دست می‌آید [۲۶]:

$$DR = 20 \times \log \left(\frac{\text{محدوده بالایی برد}}{\text{محدوده پایینی برد}} \right) \quad (50)$$

$$= 20 \times \log \left(\frac{6g}{\sigma_{\omega}} \right) = 200$$

۴-۸. مقاومت سازه‌ی

سازه‌ی حسگر باید بتواند در برابر تنش ناشی از شتاب واردشده بر جرم معیار مقاومت مکانیکی کافی داشته باشد. با توجه به معیار طراحی در سازه‌های سیلیکونی [۲۵] تنش فن مایسز در سیلیکون باید بیشینه یک گیگاپاسکال و در لایه پیزوالکتریک باید بیشینه ۲۵۰ مگاپاسکال باشد. در بیشینه‌ی شتاب وارد بر حسگر، بیشینه‌ی تنش ایجادشده کم‌تر از تنش تسلیم است و معیار طراحی برآورده می‌شود.

جدول ۶ تنش وارده بر سازه‌ی نوسانگر حسگر در شتاب ۵ برابر شتاب گرانش زمین.

حد مجاز	حسگر طراحی شده	
۱۰۰۰	۳۱	تنش وارد بر سازه سیلیکونی (مگاپاسکال)
۲۵۰	۱۹۰	تنش وارد بر لایه پیزوالکتریک (مگاپاسکال)

۵. بهینه‌سازی طراحی با استفاده از ولتاژ پیزوالکتریک متغیر

۶. نتیجه‌گیری

زمین است که با استفاده از ولتاژ پیزوالکتریک متغیر تا ۵- برابر شتاب زمین قابل افزایش است. حساسیت حسگر 6751 kHz/g و سازند کیفیت موثر برابر با 114000 است که در پهنای باند 110 هرتز با بسامد 11 مگاهرتز نوسان می‌کند. مقاومت سازه‌ی حسگر در برابر شتاب وارده بررسی شده و با استفاده از ولتاژ وارد بر لایه‌های پیزوالکتریک دو طرف نوسانگر، مشخصات حسگر بهبود یافته است. نتایج به‌دست آمده طبق جدول ۸ نشان می‌دهند که حسگر طراحی‌شده در اکثر مشخصه‌ها از حسگرهای تجاری عملکرد بهتری دارد.

عملکرد یک نانوحسگر مبتنی بر تیر مرتعش با بسامد کاری بالا جهت پایش نوسانات زمین‌صوتی در دامنه‌ی فروآوایی، در این مقاله بررسی شده و مشخصه‌های دینامیکی آن استخراج شده‌اند. تیر با تحریک الکترواستاتیک (برقی‌ایستایی) و خوانش خازنی طراحی شده است. معادلات حرکت با استفاده از اصل همیلتون توسعه یافته به‌دست آمده‌اند. مشخصات عملکردی به دست آمده از حسگر شامل تفکیک‌پذیری، پهنای باند، بازه دینامیکی و بازه عملکرد با مشخصات لرزه‌نگارهای تجاری و تحقیقاتی مقایسه شده‌اند.

تفکیک‌پذیری به‌دست آمده برای حسگر nm/s^2 / $2,88\sqrt{Hz}$ در بازه‌ی دینامیکی ۲- تا ۵ برابر شتاب گرانش

جدول ۸ مشخصه‌های عملکردی حسگر شتاب پیشنهادی.

واحد	لرزه‌نگار ارائه شده	ایس‌تی‌اس-۱ [۱۷]	اچ‌سی [۳۵]	هوانگ [۳۴]	سون [۳۳]	ژوتوک کانس ۲۰۰۰ [۱۶]	گورالی-۳ [۳۲]	لوی [۳۱]	کومار [۲۰]	نماد	ویژگی
$m/s^2/\sqrt{H}$	$2,88 \times 10^{-9}$	$3,16 \times 10^{-11}$	1×10^{-9}	1×10^{-7}	9×10^{-3}	$7,08 \times 10^{-8}$	زیر PNLN	5×10^{-7}	2×10^{-9}	δ_f	تفکیک‌پذیری
kHz/g	۶۷۵۱	-	-	۲۰۰۰ V/(m/s)	۳,۴	-	-	۴۴۰	-	SF_f	حساسیت
dB	۲۰۰	-	۱۲۰	۱۵۰	-	-	-	-	-	DR	برد دینامیکی
Hz	۱۱۰-۰	۱/۱۲۰	-۰/۰۲۵ ۱۰۰	۵۰-۰/۰۱	۲۰۰-۱۰	۱	۱/۱۲۰	-	۱۰	BW	پهنای باند
-	۱۱۴۰۰۰	-	-	-	۵۰۴۰	-	-	-	۴۰۰۰۰	Q_{EFF}	سازند کیفیت
kHz	۱۱۰۵۲	-	-	-	۸۹۰	-	-	-	-	ω	بسامد کاری
Kg	1×10^{-10}	۰,۵	ریز	ریز	ریز	۷,۷	۱۴	ریز	ریز	M_s	جرم/مقیاس

۷. فهرست منابع

- [1] S. Kumar, "Design and Fabrication of Micromachined Silicon Suspensions," Ph.D Thesis, Imperial College London, 2007.
- [2] J. Peterson, "Observations and Modelling of Background Seismic Noise," U.S. Geological Survey, 1993.
- [3] N. Kasem, "Nonlinear Dynamics of M&NEMS Resonant Sensors: Design Strategies for performance Enhancement," Ph.D Thesis, l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2010.
- [4] A.A. Seshia, "Integrated Micromechanical Resonant Sensors for Inertial Measurement Systems," Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Berkeley, 2002.
- [5] M.I. Younis, "MEMS Linear and Nonlinear Statics and Dynamics," Springer, 2011.
- [6] N. Kacem, S. Bague, S. Hentz, R. Dufour, "Computational and quasi-analytical models for non-linear vibrations of resonant MEMS and NEMS sensors," International Journal of Non-Linear Mechanics, vol. 46, no. 3, pp. 532-542, 2011.
- [7] N. Kacem, "Nonlinear Dynamics of M&NEMS Resonant Sensors: Design Strategies for Performance Enhancement," Ph. D. thesis, INSA-Lyon, CEA-LETI, Grenoble, 2010.
- [8] M. Rasekh, S. Khadem, M. Tatari, "Nonlinear behaviour of electrostatically actuated carbon nanotube-based devices,"

- [23] M. Rasekh, S. Khadem, "Design and performance analysis of a nanogyroscope based on electrostatic actuation and capacitive sensing," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, 2013.
- [24] T. Veijola, H. Kuisma, J. Lahdenpera, T. Ryhanen, "Equivalent-circuit model of the squeezed gas film in a silicon accelerometer," *Sensors and Actuators A: Physical Systems*, vol. 48, no. 3, pp. 239-248, 1995
- [25] A. Acar, A. Shkel, "MEMS Vibratory Gyroscopes, Structural Approaches to Improve Robustness," Springer, 2009.
- [26] IEEE, "IEEE Standard for Inertial Sensor Terminology," 2001.
- [27] X. Zou, P. Thiruvenganathan, A.A. Seshia, "A seismic-grade resonant mems accelerometer," *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 23, no. 4, 2014.
- [28] M.H. Cyril, A.G. Piersol, "Harris' Shock and Vibration Handbook," McGRAW-HILL, 2002.
- [29] S. Hentz, L. Duraffourg, E. Colinet, "Comparison of capacitive and frequential readout when scaling accelerometers down from micro-to nano-electro mechanical systems," *Instrumentation and Detectors*, 2012.
- [30] S. Kumar, "Design and Fabrication of Micromachined Silicon Suspensions," Imperial College London, 2007.
- [31] R. Levy, D. Janiaud, J. Guerard, R. Taibi, O.L. Traon, "A 50 nano-g resolution quartz vibrating beam accelerometer," *International Symposium on Inertial Sensors and Systems (SISS)*, 2014,
- [32] G. Systems, "Guralp Catalog," 2014.
- [33] R.H. Olsson, J.G. Fleming, K.E. Wojciechowski, M.S. Baker, MR. Tuck, "Post-CMOS compatible aluminum nitride MEMS filters and resonant sensors," *IEEE International Frequency Control Symposium Joint with the 21st European Frequency and Time Forum.*, Tokyo, pp. 145-147, 2007.
- [34] W. Huang, S.-R. Kwon, S. Zhang, F.-G. Yuan, X. Jiang, "A trapezoidal flexoelectric accelerometer," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 25, no. 3, pp. 271-277, 2014.
- [35] HP, "HP MEMS Seismic Sensor for Oil and Gas Exploration," 2012.
- [9] S. Azizi, M. Ghazavi, G. Rezazadeh, I. Ahmadian, "Tuning the primary resonances of a micro resonator, using piezoelectric actuation," *Nonlinear Dynamics*, vol. 76, no. 1, pp. 839-852, 2014.
- [10] X. Zou, A. Seshia, "Non-linear frequency noise modulation in a resonant MEMS accelerometer," *IEEE Sensors Journal*, vol. 17, no. 13, 2017.
- [11] M. Hassen, H. Ouakad, J. E. AlQasimi, "Comprehensive analytical approximations of the pull-in characteristics of an electrostatically actuated nanobeam under the influences of intermolecular forces," *Actuators*, vol. 7, 2018.
- [12] C. Oyo Geospace, "Oyo Geospace Catalog," [http:// www.oyogeospace.com](http://www.oyogeospace.com), 2014.
- [13] Sercel, "Sercel Catalog," 2014.
- [14] Nanometrics, "Nanometrics Catalog," 250 Herzberg Road, Kanata, Ontario K2K 2A1, Canada, 2014.
- [15] G.S. Ltd, "CMG-3," G. S. Ltd, ed., 2014.
- [16] I. Geotech, "CMG-3," 2014.
- [17] D.G. Streckeisen AG, "STS-1 Catalog," 2014.
- [18] H.K. Rockstad, J.K. Reynolds, T.K. Tang, J.K. Reynolds, T.W. Kenny, W.J. Kaiser, T.B. Gabrielson, "A miniature, high-sensitivity, electron tunneling accelerometer," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 53, no. 1-3, pp. 227-231, 1996.
- [19] N. Yazdi, F. Ayazi, K. Najafi, "Micromachined inertial sensors," *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 8, 1998.
- [20] Y. Suzuki, Y. Tai, "Micromachined high-aspect-ratio parylene beam and its application to low-frequency seismometer," in *16th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems*, Kyoto, Japan, 2003.
- [21] S. Azizi, "Parametric excitation of a piezoelectrically actuated system near Hopf bifurcation," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 36, no. 4, pp. 1529-1549, 2012.
- [22] A. Duwel, J. Gorman, M. Weinstein, J. Borenstein, P. Ward, "Experimental study of thermoelastic damping in MEMS gyros," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 103, no. 1-2, pp. 70-75, 2003.