

کاهش پیچیدگی محاسباتی شکل دهنده پرتو کمینه واریانس در فضا-پرتو

علی محدث دیلمی، بابک محمدزاده اصل*

آزمایشگاه فراضا، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

روش‌های متداول پرتودیسی (شکل‌دهی پرتوی) فراضای (اولتراساوند) پزشکی مانند روش تأخیر و حاصل جمع را می‌توان به عنوان روش‌های پردازش علامت (سیگنال) در فضا-عنصر (المان) در نظر گرفت. در فضا-عنصر، داده‌های دریافتی از حسگرها (سنسورها) بعد از اعمال تأخیر و وزن‌دهی مناسب با یکدیگر جمع شده و خروجی نهایی آرایه ساخته می‌شود. اندیشه اصلی در شکل‌دهنده‌های فضا-پرتو این است که به جای استفاده از ویژگی‌های مکانی عناصرها در آرایه برای تمایز بین علامت (سیگنال) مورد نظر و علامت‌های تداخل، از ویژگی‌های مجموعه‌ای از پرتوهای عمود بر هم که در راستاهای متفاوت شکل‌دهی شده‌اند استفاده شود. این کار به معنی نگاشت از فضا-عنصر به فضا-پرتو می‌باشد. میزان محاسبات در فضا-پرتو به دلیل کاهش ابعاد علامت‌ها (سیگنال‌ها) کم می‌شود؛ اگرچه هزینه دیگری برای نگاشت از فضا-عنصر به فضا-پرتو وجود دارد. می‌توان این هزینه را با پیاده‌سازی بر روی هسته‌های هدف‌تی کاهش داد.

در این مقاله روش پرتودیسی (شکل‌دهی پرتوی) کمینه (مینیمم) واریانس به منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی آن به جای فضا-عنصر، در فضا-پرتو پیاده‌سازی شده است و نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که پرتودیسی (شکل‌دهنده پرتو) کمینه واریانس در فضا-پرتو می‌تواند نتایج مشابهی از نظر تفکیک‌پذیری (رزولوشن) و کاهش اندازه لوب‌های کناری، همانند روش کمینه واریانس در فضا-عنصر بدست آورد.

کلید واژه‌ها: فضا-پرتو، کمینه واریانس، تصویرگری فراضای پزشکی، پرتودیسی (شکل‌دهنده پرتوی) و فقی

۱. مقدمه

به روش‌هایی که به منظور تمرکز (فوکوس) مجموعه‌ای از عناصرهای (المان‌های)^۱ آرایه‌ای در یک راستای خاص یا یک نقطه خاص و با استفاده از اعمال وزن‌های مناسب استفاده می‌شوند، پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو)^۲ گفته می‌شود. این روش‌ها را به طور کلی می‌توان به دو دسته و فقی^۳ و غیرو فقی تقسیم‌بندی کرد. در روش و فقی مجموعه‌ی بهینه وزن‌ها براساس داده‌های دریافت‌شده توسط آرایه تعیین می‌شوند. به عنوان مثال در روش غیرو فقی تأخیر و حاصل جمع، خروجی عناصرها با تأخیرهای مناسبی با یکدیگر جمع می‌شوند. در فراضای پزشکی

(اولتراساوند پزشکی)^۴، روش پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو) تأخیر و حاصل جمع به عنوان یکی از روش‌های اصلی به دلیل سادگی و امکان ساخت تصویر به صورت بدون وقفه تا امروز بسیار مورد توجه بوده است. اگرچه محدودیت تفکیک‌پذیری (رزولوشن)^۵ این روش باعث معرفی روش‌های و فقی شده است. روش‌های و فقی با تعیین وزن‌ها از روی داده‌های دریافتی می‌توانند پهنای لوب^۶ اصلی را کاهش داده و منجر به بهبود تفکیک‌پذیری شوند و در عین حال اندازه لوب‌های کناری را نیز پایین نگه دارند [۱-۳]. کیفیت تصاویر فراضایی (اولتراساوند)^۷ توسط سامانه تصویربرداری و پارامترهای آن مانند تفکیک‌پذیری و همین‌طور توانایی آن برای حذف علامت‌های

* نویسنده پاسخگو: babakmasl@modares.ac.ir

¹ Element
² Beamforming
³ Adaptive

⁴ Medical ultrasound
⁵ Resolution
⁶ Lobe
⁷ Ultrasound

پیچیدگی محاسباتی از درجه ۳ به درجه ۲ می‌شود. در مرجع [۷] از یک مجموعه پنجره‌ی پیش‌فرض برای کمینه کردن روش کمینه واریانس استفاده شده است. این روش پیچیدگی محاسباتی روش کمینه واریانس را به صورت خطی با تعداد عنصرهای (المان‌های) آرایه و همین‌طور تعداد پنجره‌ها کاهش می‌دهد. در مرجع [۵] ابتدا نگاشتی از فضا-عنصر^۷ به فضای پرتوهای عمود بر هم انجام می‌گیرد. سپس نشان داده شده است که تنها با سه پرتو می‌توان نتایجی مشابه با روش کمینه واریانس بدست آورد. بنابراین تنها نیاز به محاسبه معکوس یک ماتریس مرتبه ۳ در مقایسه با یک ماتریس به ابعاد تعداد عنصرهای آرایه وجود دارد. پایه روش پیشنهادی نیز بر مبنای همین مرجع می‌باشد. در مرجع [۸] پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو) در فضا-بسامد (فرکانس)^۸ انجام گرفته است. با توجه به امکان پیاده‌سازی‌های فضا-بسامد با پردازنده‌های اِف‌اِف‌تی^۹، می‌توان بهبودی نسبی در سرعت پرتودیسگرها (شکل‌دهنده‌های پرتو) در فضای فوریه بدست آورد.

۱-۱. پرتودیسگر (شکل‌دهنده پرتوی) و فقی در فضا-پرتو در مقایسه با فضا-عنصر (المان)

مفهوم فضا-پرتو مفهومی است که در برابر فضا-عنصر (المان) مطرح می‌شود. فضا-عنصر فضایی است که تا به حال با آن سروکار داشته‌ایم. یعنی علامت‌های (سیگنال‌های) تأخیر یافته در این فضا در وزن‌های مناسبی ضرب شده و سپس با یکدیگر جمع می‌شوند و خروجی نهایی پرتودیسگر (شکل‌دهنده پرتو) را می‌سازند. در برابر فضا-عنصر، فضا-پرتو برای کاهش پیچیدگی محاسباتی با ایجاد یک نگاشت از فضای عنصر بر روی فضای متعامدی به نام فضای پرتو که در این فضای جدید بتوان با ابعاد کم‌تری نتایجی مشابه با روش فضا-عنصر را گرفت، معرفی می‌شود [۹]. در روش پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو) در فضا-پرتو، می‌توان پرتودیسگر (شکل‌دهنده پرتوی) کمینه

(سیگنال‌های) تداخل تعیین می‌شود. الگوی پرتو یک پرتودیسگر (شکل‌دهنده)^۱ پرتو توسط تعداد عنصرها و همین‌طور وزن‌های آن مشخص می‌شود. در روش‌های قدیمی‌تر، وزن‌ها به منظور کاهش اندازه لوب‌های کناری و با هزینه بزرگ شدن پهنای لوب اصلی انتخاب می‌شدند که این به معنی وجود مصالحه بین تفکیک‌پذیری، کاهش اندازه لوب‌های کناری و تضعیف علامت‌های تداخل می‌باشد [۴]. روش‌های و فقی پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو) تلاش می‌کنند که وزن‌ها را با توجه به داده‌های دریافتی برای تخمین درست‌تر ویژگی‌های نوفه (نویز)^۲ و علامت‌های تداخل انتخاب کنند. نتیجه این کار پرتودیسگر (شکل‌دهنده پرتو) با تفکیک‌پذیری بالا و وزن‌های متغیر با زمان مانند پرتودیسگر کمینه (مینیمم) واریانس^۳ می‌شود. پیچیدگی بالای محاسباتی روش‌های و فقی عاملی است که پیاده‌سازی‌های عملی آن را دچار چالش کرده است. به عنوان مثال در روش کمینه واریانس پیچیدگی محاسباتی هنگام محاسبه ماتریس معکوس اتفاق می‌افتد. برای غلبه بر این مشکل روش‌های پیشنهادی غالباً بر کاهش ابعاد آرایه تأکید دارند که این روش منجر به کاهش پیچیدگی در ضمن کاهش تفکیک‌پذیری می‌شود. روش فضا-پرتو^۴ می‌کوشد تا با کاهش معنادار تعداد عنصرهای آرایه، ضمن کاهش پیچیدگی محاسباتی روش‌های و فقی مثل کمینه واریانس، ویژگی‌های مطلوب این روش‌ها را نیز حفظ کند [۵].

مطالعات زیادی به منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی پرتودیسگر (شکل‌دهنده پرتو) کمینه واریانس انجام گرفته‌اند. در مرجع [۶] با توجه به میزان محاسبات لازم برای محاسبه ماتریس معکوس و این فرض که در تصاویر فراصداً پزشکی ماتریس کوواریانس^۵ باید به صورت یک ماتریس توپلیتز^۶ در نظر گرفته شود، روشی برای توپلیتز کردن ماتریس کوواریانس تخمین زده شده پیشنهاد شده است که منجر به کاهش

¹ Beamformer

² Noise

³ Minimum variance

⁴ Beam-space

⁵ Covariance

⁶ Toeplitz

⁷ Element-space

⁸ Frequency-space

⁹ FFT; Fast Fourier Transform

$$\min_w w^H R w \quad 3$$

که در آن:

$$R(t) = E[XX^H] \quad 4$$

ماتریس کواریانس علامت ورودی است. شرط بدون تغییر ماندن بهره در راستای مطلوب را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$w^H a = 1 \quad 5$$

که a بردار جهت دهی می باشد که در فراصدای (اولتراساوند) پزشکی به دلیل محاسبه تأخیرها به صورت یک بردار ۱ در نظر گرفته می شود. با حل معادله بالا نتیجه زیر حاصل می شود:

$$w = \frac{R^{-1} a}{a^H R^{-1} a} \quad 6$$

که در نهایت خروجی نهایی از رابطه ۱ بدست می آید.

۲-۲. شکل دهنده (دیسگر) فضا-پرتو

در روش پرتودیسی (شکل دهی پرتو) کمینه واریانس در فضا پرتو، ماتریس کوواریانس با یک ماتریس کوچک تر در حالی که کاهش چشمگیری در کارایی شکل دهنده پرتو رخ ندهد، جایگزین می شود. روش فضای پرتو ابتدا برای حالت میدان دور و باند باریک پیشنهاد شده بود، ولی می توان آن را به حوزه فراصدای (اولتراساوند) پزشکی که میدان نزدیک و باند پهن است گسترش داد. از آنجا که در آرایه دریافت، تمرکز (فوکوس) در حوزه زمان و پیش از اعمال به الگوریتم انجام می شود، بنابراین می توان علامت (سیگنال) رسیده به آرایه را به صورت علامت میدان دور در نظر گرفت. از طرفی مشکل باند پهن بودن علائم فراصدای پزشکی نیز با توجه به محاسبه تأخیرها در حوزه زمان مرتفع می شود.

مانند یک پرتودیگر (شکل دهنده پرتو) معمولی که خروجی حسگرها (سنسورها)^۱ را با یکدیگر ترکیب می کند، شکل دهنده (دیسگر) فضا-پرتو نیز خروجی چند پرتودیگر مختلف را ترکیب می کند. در ابتدا باید پرتودیگرهای مناسبی برای ترکیب در روش فضا-پرتو انتخاب شوند. یک آرایه با تعداد M عنصر

(مینیمم) واریانس را با همان شرطها و همین طور رابطه بهینه سازی این بار در فضا-پرتو مطرح نمود؛ با این تفاوت که به جای استفاده از داده ها به طور مستقیم از فضا-عنصر، داده ها این بار از فضا-پرتو بدست می آیند. به این معنی که فضا-پرتو، خروجی چندین پرتودیگر تأخیر و حاصل جمع را که در راستاهای مختلف جهت دهی شده اند را به جای علامت های فضا-عنصر استفاده می کند [۵].

از آنجایی که به دلیل تمرکز (فوکوس) انجام شده، علائم تداخلی در پرتوهای اولیه قرار نمی گیرند، بنابراین می توان از این روش برای کاهش پیچیدگی محاسباتی روش کمینه واریانس استفاده کرد. نشان داده می شود که می توان با در نظر گرفتن تنها سه پرتو در مقایسه با تعداد عنصرهای زیرآرایه، به نتایجی مشابه از نظر تفکیک پذیری (رزولوشن) و حذف تداخلات در مقایسه با روش کمینه واریانس رسید.

در ادامه و در بخش ۲، پرتودیگر (شکل دهنده پرتو) کمینه واریانس در فضای عنصر و سپس فضای پرتو بررسی می شود. در بخش ۳ نتایج شبیه سازی ها بررسی شده اند و در نهایت جمع بندی و نتیجه گیری در بخش ۴ انجام گرفته است.

۲. مواد و روش ها

۲-۱. پرتودیگر (شکل دهنده پرتو) کمینه

(مینیمم) واریانس

پرتودیگر (شکل دهنده پرتو) کمینه (مینیمم) واریانس می کوشد که تابع انرژی (واریانس) علامت (سیگنال) خروجی را در حالی که بهره در راستای مطلوب بدون تغییر باقی بماند، کمینه کند. معادله ۱ خروجی یک پرتودیگر و معادله ۲ تابع انرژی که توسط این روش کمینه می گردد را نشان می دهد.

$$z = \sum_{m=0}^{M-1} w_m x_m = w^H X \quad 1$$

$$P = E[|z|^2] \quad 2$$

X برابر با علامت رسیده به آرایه، w وزن های مورد نظر و z خروجی آرایه می باشند. این مسأله بهینه سازی را می توان به صورت زیر بیان کرد:

¹ Sensor

(سیگنال) اصلی دچار تغییر نشود به صورت زیر بیان کرد:

$$\min_{w_{BS}} E \{ |y_{BS}|^2 \} = w_{BS}^H R_{BS} w_{BS} \quad 11$$

$$R_{BS} = E \{ x_{BS} x_{BS}^H \} \quad 12$$

$$w_{BS}^H e_1 = 1 \quad 13$$

از آنجا که ماتریس باتلر یک ماتریس واحد^۲ است، بنابراین معادلات بالا را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned} w^H R w &= w^H E \{ B^H B x x^H B^H B \} w \\ &= w^H B^H E \{ B x x^H B^H \} B w \\ &= w_{BS}^H R_{BS} w_{BS} \end{aligned} \quad 14$$

$$w^H \vec{1} = w^H B^H B \vec{1} = w_{BS}^H e_1 \quad 15$$

روابط نشان می‌دهند که می‌توان مسأله بهینه‌سازی و همین‌طور شرط روش کمینه (مینیمم) واریانس در فضا-عنصر (المان) را به صورت یکتایی به فضا-پرتو نگاشت کرد. بنابراین هر دو روش به نتایج یکسانی خواهند رسید. این نتیجه به این دلیل حاصل شده است که نگاشت از طریق یک ماتریس واحد انجام گرفته است که معادل یک نگاشت است و قابلیت برگشت‌پذیری نیز دارد. نتیجه نهایی وزن‌ها به صورت زیر خواهد بود.

$$w_{BS} = \frac{R_{BS}^{-1} e_1}{e_1^T R_{BS}^{-1} e_1} \quad 16$$

اگر علامت‌های (سیگنال‌های) تداخل با علامت اصلی دارای همبستگی باشند، همان‌طور که علامت‌های فراصدا (اولتراساوند) پزشکی این ویژگی را دارند، هموارسازی مکانی برای تخمین ماتریس کوواریانس اجتناب‌ناپذیر خواهد بود. این کار در فضا-پرتو نیز باید انجام شود، یعنی پرتوها در فضا-پرتو نیز با تخمین ماتریس کوواریانس با استفاده از زیرآرایه‌ها ساخته می‌شوند و بنابراین تعداد عنصرها از M به L (طول زیر آرایه) کاهش پیدا می‌کند. بارگذاری قطری نیز می‌تواند همانند روش کمینه واریانس در فضا-عنصر اعمال شود که اثرات مشابهی خواهد داشت. اگر به طور مستقیم از تعداد عنصرهای آرایه کاسته شود، از کارایی آرایه کاسته می‌شود، اما اگر از تعداد پرتوهای

(المان) می‌تواند برای ساخت تعداد M پرتوی عمود بر هم در نظر گرفته شود. این کار با ضرب علامت رسیده به آرایه در یک ماتریس با نام ماتریس باتلر^۱ به صورت زیر انجام می‌گیرد:

$$x_{BS}[n] = Bx[n] \quad B \in C^{M,M} \quad 7$$

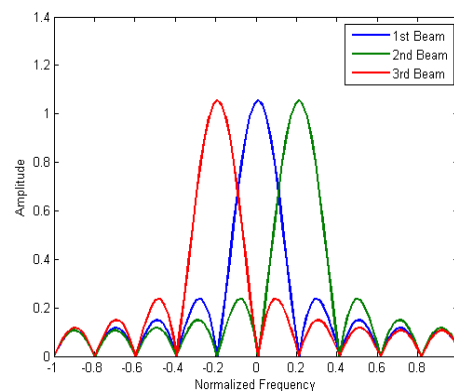
$$[B]_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{M}} e^{j\sqrt{M}mn} \quad 8$$

$$B^H B = I. \quad 9$$

به عنوان مثال در شکل ۱ سه پرتو اولیه برای یک آرایه ۱۰ عنصری نشان داده شده است.

ماتریس باتلر معادل با ماتریس تبدیل فوریه گسسته M نقطه‌ای بهنجار (نرمالیزه) شده است. می‌توان ضرب در ماتریس باتلر را به عنوان نگاشتی به فضا-پرتو در نظر گرفت که این نگاشت می‌تواند هم به علامت‌ها و هم به وزن‌ها در فضا-عنصر برای تعیین مؤلفه متناظر در فضا-پرتو اعمال شود. به عنوان مثال نگاشت وزن‌های برابر پرتودیسگر (شکل‌دهنده پرتو) تأخیر و حاصل جمع به فضا-پرتو به صورت زیر خواهد بود:

$$w_{BS-DAS} = B w_{ES-DAS} = B \vec{1} = e_1 \quad 10$$



شکل ۱ سه پرتو اول در شکل‌دهنده (دیسگر) فضا-پرتو.

۳-۲. کمینه (مینیمم) واریانس و فضا-پرتو

می‌توان مسأله پرتودیسسی (شکل‌دهی پرتوی) وقتی در فضا-پرتو را به صورت مسأله بهینه‌سازی پیدا کردن وزن‌های پرتوها به نحوی که خروجی نهایی دارای واریانس کمینه شود و با این شرط که علامت

² Unitary

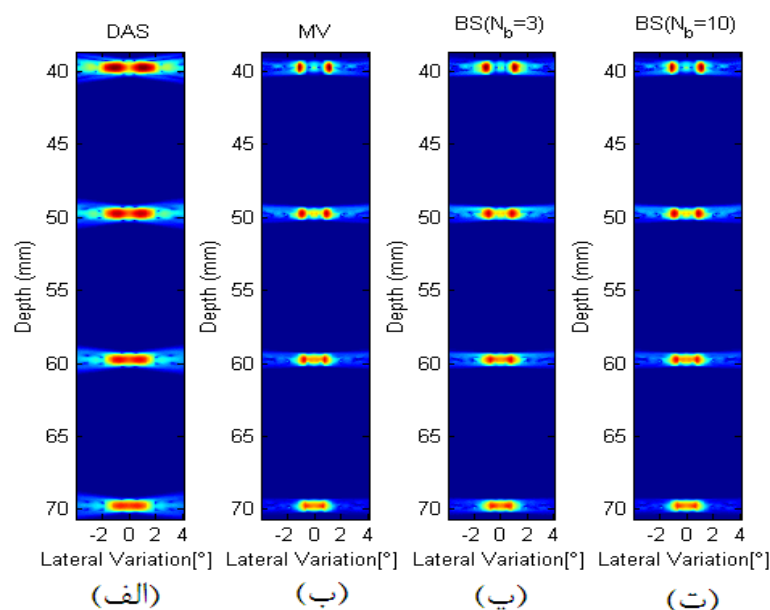
¹ Butler

تداخل در نظر نگرفته است. نتیجه ماتریس باتلر کاهش بُعد داده شده بعد از در نظر گرفتن تعداد پرتوهای محدود به صورت زیر خواهد بود:

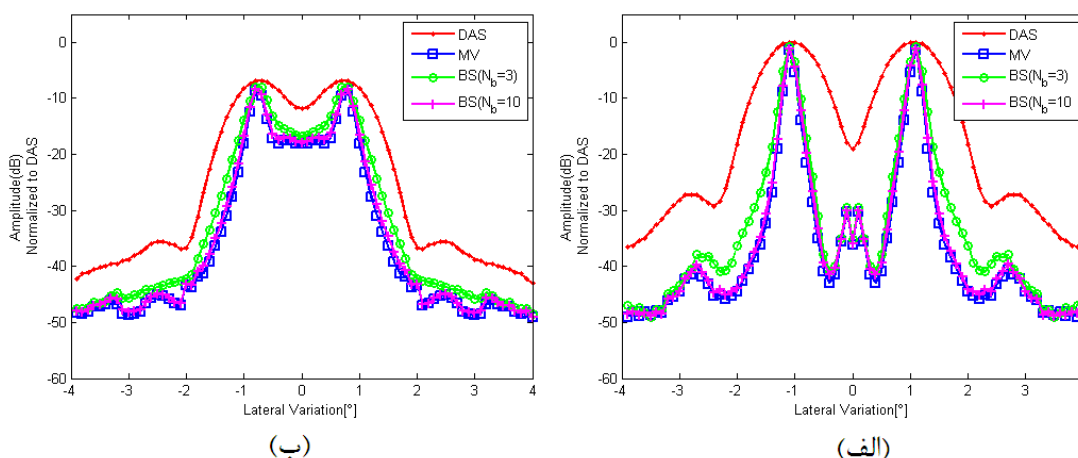
$$\bar{B} = \left[b_{ix(\cdot)}, \dots, b_{ix(N_b-1)} \right]^T \in \mathbb{C}^{N_b \times M}, \quad \leq ix(m) < M \quad (17)$$

در صورتی که تعداد پرتوها کمتر از تعداد عناصرها در نظر گرفته شود، مسأله معکوس کردن ماتریس

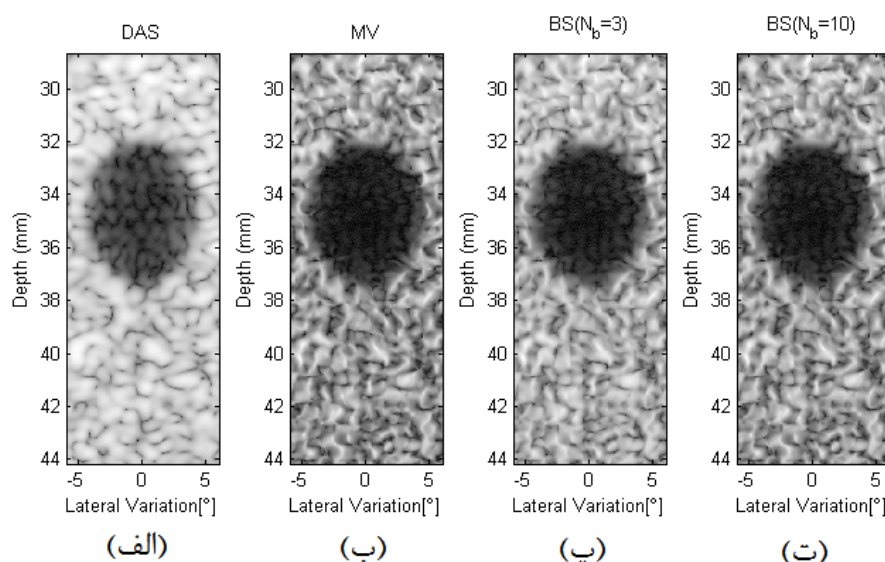
مورد استفاده کاسته شود نتایج کاملاً متفاوت خواهد بود. با کنار گذاشتن پرتوها در روش کمینه واریانس فضا-پرتو، می توان ادعا کرد که اطلاعات حذف شده مربوط به تداخلاتی بوده است که در راستای محور اصلی پرتوهای حذف شده قرار دارند. بنابراین جهت پرتوهای باقی مانده (N_b) نشان دهنده راستاهایی است که روش کمینه واریانس فضا-پرتو در آن راستاها نگاه می کند و بقیه راستاها را برای حذف علامت های



شکل ۲ فانتوم نقطه ای در عمق های مختلف. (الف) تأخیر و حاصل جمع، (ب) کمینه واریانس، (پ) فضا-پرتو، ۳ پرتو (پ) فضا-پرتو، ۱۰ پرتو.



شکل ۳ تغییرات زاویه برای پرتو دیسگرهای (شکل دهنده های) پرتو مختلف. (الف) در عمق ۴۰ میلی متری، (ب) در عمق ۶۰ میلی متری.



شکل ۴ فانتوم کیست با پرتو دیسگرهای (شکل‌دهنده‌های پرتو) مختلف (الف) تأخیر و حاصل جمع، (ب) کمینه واریانس، (پ) فضا-پرتو، ۳ پرتو (پ) فضا-پرتو، ۱۰ پرتو.

نرم‌افزار فیلد ۲ [۱۰]، داده‌ها ابتدا با نوفه (نویز) سفیدی با توان علامت (سیگنال) به نوفه برابر با ۶۰ دسی‌بل تخریب شده‌اند. سپس تأخیرهای مناسبی که برابر با زمان رفت و برگشت موج به نقطه تصویرسازی است، اعمال شده‌اند. برای جلوگیری از وقوع خطای گرد (رند) کردن تأخیرها، پیش از اعمال آن‌ها ابتدا داده‌ها ۸ برابر بیش نمونه‌برداری شده‌اند. این نحوه محاسبه تأخیرها به منزله تمرکز (فوکوس) دینامیک در ارسال و دریافت می‌باشد. بعد از اعمال تأخیرها، تبدیل هیلبرت برای قابل تحلیل کردن داده‌ها اعمال شده است. طول زیرآرایه برابر با نصف تعداد عنصرها یعنی ۴۶ عنصر در نظر گرفته شده و میانگین‌گیری زمانی نیز انجام نشده است ($K=1$) تمام نتایج به روش پرتو دیسگر (شکل‌دهنده) تأخیر و حاصل جمع بهنجار شده (نرمالیزه شده) و محدوده دینامیکی ۶۰ دسی‌بل برای تصاویر در نظر گرفته شده‌اند.

۳-۱. فانتوم نقطه‌ای

در این بخش نتایج شبیه‌سازی بر روی فانتوم^۱ نقطه‌ای بررسی می‌شوند. این فانتوم شامل ۸ نقطه به فاصله

کوواریانس از مرتبه $O(M^2)$ به $O(N_b^2)$ کاهش پیدا می‌کند. از طرفی محاسبات دیگری نیز برای نگاشت داده‌ها از فضا-عنصر به فضا-پرتو وجود دارند. در صورتی که این کار از طریق روش اِف‌اِف‌تی انجام شود، عمل نگاشت با پیچیدگی محاسباتی از مرتبه $O(M \log(M))$ خواهد بود. بنابراین پیچیدگی محاسباتی روش فضا-پرتو متأثر از مقادیر M و N_b خواهد بود.

۳. نتایج

در این بخش به بررسی نتایج شبیه‌سازی روش مطرح شده پرداخته می‌شود. شبیه‌سازی‌ها به نحوی انجام گرفته‌اند که بتوان کارایی روش فضا-پرتو را در حالات مختلفی بررسی کرد. بنابراین دو فانتوم مختلف شبیه‌سازی شده‌اند؛ یک فانتوم نقطه‌ای و یک فانتوم کیست. در پیاده‌سازی‌ها از یک آرایه ۹۶ عنصری (المانی) با بسامد مرکزی ۴ مگاهرتز و بسامد نمونه‌برداری ۲۰ مگاهرتز استفاده شده است. فاصله بین عنصرها برای جلوگیری از وقوع پدیده هم‌پوشانی بسامدهای مکانی برابر با نصف طول موج در نظر گرفته شده‌اند که در این صورت طول کل آرایه برابر با ۱۸٫۴۷ میلی‌متر خواهد بود. بعد از دریافت نتایج از

^۱ Phantom

برای این که بتوان کنتراست^۱ تصاویر را با کنتراست روش تأخیر و حاصل جمع مقایسه کرد، یک دایره درون کیست و یک دایره خارج از آن در نظر گرفته شده و متوسط اندازه پیکسل‌ها^۲ درون این دایره به عنوان میزان بزرگی شدت در نظر گرفته شده‌اند. کنتراست با در نظر گرفتن اختلاف این مقادیر مشخص می‌شود. نتایج محاسبه کنتراست برای این فانتوم و پرتو دیسگرهای (شکل‌دهنده‌های پرتو) مختلف در جدول ۱ خلاصه شده است.

جدول ۱ متوسط شدت پیکسل‌ها درون (S_i) و خارج (S_o) از کیست. مقدار کنتراست از اختلاف این مقادیر بدست آمده است.

پرتو دیسگر (شکل‌دهنده پرتو)	S_i (dB)	S_o (dB)	CR(dB)
تأخیر و حاصل جمع	-۴۶٫۳۳	-۱۴٫۵۵	۳۱٫۷۸
کمینه واریانس	-۵۳٫۷۲	-۲۶٫۷۷	۲۶٫۹۵
فضای پرتو (۳ پرتو)	-۵۳٫۰۲	-۲۱٫۲۹	۳۱٫۳۷
فضای پرتو (۱۰ پرتو)	-۵۳٫۵۰	-۲۵٫۶۹	۲۷٫۸۱
S_i : متوسط پیکسل‌ها درون ناحیه کیست S_o : متوسط شدت پیکسل‌ها خارج از ناحیه کیست $CR=S_o-S_i$			

با توجه به جدول ۱، دیده می‌شود که دیسگر (شکل‌دهنده) فضا-پرتو با سه پرتو توانسته است به کنتراستی نزدیک به روش تأخیر و حاصل جمع دست یابد و مشکل پرتو دیسگر (شکل‌دهنده پرتو) کمینه واریانس در کاهش کنتراست را تا حد قابل قبولی در ضمن بهبود تفکیک‌پذیری (رزولوشن) مرتفع کند. بنابراین هر چه تعداد پرتوهای در نظر گرفته شده کمتر باشد، نتایج به روش تأخیر و حاصل جمع نزدیک شده و هر چه تعداد پرتوها بیشتر باشد، نتایج به روش کمینه واریانس فضا-عنصر نزدیک می‌شوند.

۴. بحث و نتیجه‌گیری

نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که می‌توان تنها با در نظر گرفتن سه پرتو به نتایجی مشابه با روش

۱٫۵ میلی‌متر و در عمق‌های مختلف است. برای بررسی اثر انتخاب تعداد پرتوها بر روی عملکرد دیسگر (شکل‌دهنده) فضا-پرتو، نتایج برای دیسگر فضا-پرتو با تعداد ۳ و ۱۰ پرتو به همراه دیسگر تأخیر و حاصل جمع و کمینه (مینیمم) واریانس در فضا-عنصر (المان) در شکل ۲ نشان داده شده‌اند.

از روی این شکل مشخص است که تفکیک‌پذیری (رزولوشن) دیسگر کمینه واریانس در فضای عنصر بهتر از روش تأخیر و حاصل جمع است. از طرفی روش کمینه واریانس در فضا-پرتو با تعداد سه پرتو نیز توانسته است به نتایج مشابهی از نظر تفکیک‌پذیری دست یابد. برای مقایسه بهتر نتایج تغییرات زاویه‌ای برای عمق‌های ۴۰ و ۶۰ میلی‌متر در شکل ۳ نشان داده شده‌اند. با توجه به این شکل، دیده می‌شود که دیسگر (شکل‌دهنده) فضا-پرتو با تعداد سه پرتو عملکردی مشابه با روش کمینه واریانس دارد و افزایش تعداد پرتو از سه پرتو به ده پرتو تأثیر چندانی در نتایج ندارد. پرتو دیسگر (شکل‌دهنده پرتو) کمینه واریانس توانسته است که اندازه لوب‌های کناری را تا حدود ۵۰ دسی‌بل کاهش دهد و روش فضا-پرتو نیز به نتایج مشابهی رسیده است، درحالی‌که این مقدار برای روش تأخیر و حاصل جمع حدود ۴۰ دسی‌بل است. از نظر پهنای لوب اصلی که معیاری از تفکیک‌پذیری است نیز دیسگر فضا-پرتو با تعداد سه پرتو پهنایی مشابه با کمینه واریانس دارد.

۳-۲. فانتوم کیست

در ادامه نتایج شبیه‌سازی بر روی یک فانتوم کیست بررسی شده‌اند. این فانتوم شامل یک کیست در عمق ۳۵ میلی‌متری و به شعاع ۳ میلی‌متر است که در یک محیط پراکننده (اسکترکننده) قرار گرفته است. برای شبیه‌سازی کیست شرط وجود حداقل ۱۰ نقطه پراکننده (اسکترکننده) در یاخته (سلول) تفکیک‌پذیری محقق شده است. شکل ۴ نتایج روش کمینه واریانس در فضا-عنصر و روش فضا-پرتو را نشان می‌دهد.

¹ Contrast
² Pixels

- [5] C.C. Nilsen, I. Hafizovic, "Beamspace adaptive beamforming for ultrasound imaging," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 56, p. 2187-2197, 2009.
- [6] B.M. Asl, A. Mahloojifar, "A low-complexity adaptive beamformer for ultrasound imaging using structured covariance matrix," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 59, p. 660-667, 2012.
- [7] J.F. Synneva[□]g, A. Austeng, S. Holm, "A low-complexity data-dependent beamformer," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 58, p. 281-289, 2011.
- [8] P. Kruizinga, et al., "Plane-wave ultrasound beamforming using a nonuniform fast fourier transform," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 59, p. 2684-2691, 2012.
- [9] H.L. Van Trees, "Detection, Estimation and Modulation Theory IV: Optimum Array Processing," New York, NY: Wiley, 2003.
- [10] J.A. Jensen, "Field: A program for simulating ultrasound systems," Medical & Biological Engineering & Computing, vol. 34, p. 351-353, 1996.

کمینه (مینیمم) واریانس در حوزه عنصر (المان) رسید که این تعداد پرتو مستقل از تعداد عنصرهای آرایه نتایج مشابهی دارد. در توضیح این نتیجه گیری باید گفت که تفکیک پذیری (رزولوشن) پرتو ارسالی با افزایش تعداد عنصرهای آرایه که منجر به افزایش تعداد پرتوهای در اختیار نیز می شود، افزایش پیدا می کند. بنابراین انرژی N_b پرتو مرکزی ثابت می ماند زیرا پرتوی ارسالی هنگام تمرکز (فوکوس) به دلیل افزایش تعداد عنصرها کوچک تر شده است. می توان عمل انتخاب تعداد پرتوها را به صورت خودکار و از روی انرژی دریافت شده در راستای همه پرتوهای دریافت شده انجام داد. در هر صورت، اگر تعداد پرتوهای انتخابی ثابت در نظر گرفته شود، تنها پرتوهای مورد نظر باید محاسبه شوند که از هزینه محاسباتی اضافه جلوگیری می شود. اگر داده های دریافتی به وسیله انحراف فاز تخریب شوند، عمود بودن پرتوها بر یکدیگر از بین می رود. اثر انحراف فاز بر روی پرتوهای (شکل دهنده های پرتوی) وقتی به صورت کاهش تفکیک پذیری است که می توان این اثر را با روش های جبران انحراف فاز کاهش داد. به طور خلاصه پیچیدگی محاسباتی فضا-پرتو برای یک آرایه M عنصری که طول زیر آرایه آن برابر با L و تعداد N_b پرتو برای آن در نظر گرفته شده است، در صورتی که $L=M/2$ و $N_b=3$ فرض شوند، از پیچیدگی محاسباتی فضای عنصر کم تر خواهد بود که به طور معمول این فرض ها درست هستند.

۵. فهرست منابع

- [1] J.F. Synneva, "Adaptive beamforming for medical ultrasound imaging," Ph.D Thesis, Department of Informatics, University of Oslo, 2009.
- [2] J.F. Synneva[□]g, A. Austeng, S. Holm, "Benefits of minimum-variance beamforming in medical ultrasound imaging," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 56, p. 1868-1879, 2009.
- [3] J.F. Synneva[□]g, A. Austeng, S. Holm, "Adaptive beamforming applied to medical ultrasound imaging," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 54, p. 1606-1613, 2007.
- [4] K.J. Parker, "Correspondence: Apodization and windowing functions," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 60, p. 1263-1271, 2013.