تخمین راستای منابع صوتی پهن‌باند با استفاده از الگوی بازنمایی تنک توأم

امیر اخوان[1]، محمد حسن مرادی*[2]

۱. گروه مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی همدان

۲. گروه مهندسی بیوالکتریک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

تخمین راستای ورود موج صوتی همواره یکی از حوزه‌های فعال تحقیقاتی در زمینه پردازش علامت بوده است. در روش‌های متداول موجود در این حوزه معمولاً از مفهوم پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو) به منظور ایجاد یک صافی (فیلتر) مکانی و تخمین راستای انتشار موج استفاده می‌شود. از جمله ضعف‌های این روی‌کرد می‌توان به پایین بودن تفکیک‌پذیری (رزولوشن) توان تمایزپذیری پایین و حساسیت بالای آن‌ها به دگرنامی (الیاسینگ) مکانی اشاره نمود. با هدف برطرف نمودن اشکالات ذکر شده، در این مقاله از الگوهای بازنمایی تنک توأم به منظور تخمین راستای منابع صوتی پهن‌باند استفاده شده است. بدین منظور یک روش لاگرانژی- پایه افزوده برای تخمین ماتریس ضرایب تنک پیشنهاد شده است. عملکرد الگوی تنک توأم ارائه شده با سه الگوریتم معروف در این حوزه (بارتلت، میوزیک و کاپن) مقایسه گردیده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که روش پیشنهادی از نظر تفکیک‌پذیری زاویه‌ای، تمایزپذیری منابع نزدیک به هم، پایداری در مقابل پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی و آشکارسازی منابع صوتی هم‌زمان، نسبت به سه روش بارتلت، میوزیک و کاپن برتری دارد. از طرف دیگر، پایداری در مقابل نوفه در روش تنک توأم تقریباً مشابه روش میوزیک و کاپن (پرتودیسگر بهینه) می‌باشد. مقایسه روش پیشنهادی با یکی از مهم‌ترین روی‌کردهای تنک موجود در حوزه تخمین جهت صدا نشان می‌دهد که پیچیدگی (زمان اجرا) در روش ارائه شده در این مقاله کاهش یافته است، ضمن اینکه عملکرد خوب آن بر حسب معیارهای تفکیک‌پذیری زاویه‌ای، تمایزپذیی و نرخ آشکارسازی حفظ شده است.

کلید واژه‌ها: تخمین راستا، بازنمایی تنک توأم، بردار فرمان (جهت‌دهی)، بردار ضرایب تنک، قاموس ابرکامل (دیکشنری فوق‌کامل).

۱. مقدمه

تخمین راستای ورود[1] کاربردهای زیادی در حوزه‌های مرتبط با صوتیات، لرزه‌نگاری و امواج الکترومغناطیس دارد. هدف اصلی در این مسئله تعیین موقعیت زاویه‌ای و یا مکانی اهداف مختلف نسبت به یک مرجع مناسب است. چنین هدفی با بکارگیری آرایه‌ای از حسگرها و نمونه‌برداری مکانی قابل دستیابی خواهد بود. دو روی‌کرد مهم در روش‌های تخمین راستا عبارتند از: ۱- روش‌های مبتنی بر پرتودیسی[2] و ۲- روش‌های مبتنی بر تجزیه داده به زیرفضاهای علامت و نوفه. ایده اصلی در روش‌های موجود در دسته اول این است که کل فضا توسط پرتو آرایه جاروب شود تا زوایایی که بیش‌ترین انرژی از سمت آن‌ها به آرایه می‌رسد، مشخص گردند. در روش‌های مبتنی بر پرتودیسی خروجی آرایه به صورت مجموع وزن‌دار داده‌های حسگرهای مختلف تعریف می‌شود. روش‌های معروف تأخیر و جمع[3] (بارتلت) [۱] و کمینه واریانس با پاسخ بدون اعوجاج[4] (کاپن) [۲] در این دسته قرار دارند. در روش‌های مبتنی بر زیرفضا (دسته دوم) از تعامد بین زیرفضاهای نوفه و علامت به منظور تخمین راستای منبع استفاده می‌گردد. الگوریتم میوزیک[5] [۳] مهم‌ترین روش در این روی‌کرد است. معمولاً در ادبیات موجود در حوزه تخمین راستای ورود از روش میوزیک به عنوان یکی از روش‌هایی که تفکیک‌پذیری (رزولوشن) زاویه‌ای مناسبی دارد، یاد می‌شود. در این روش دانستن تعداد منابع فعال، قبل از اجرای فرایند تخمین راستا ضروری است.

* نویسنده پاسخگو: mhmoradi@aut.ac.ir

[1] DOA; Direction of Arrival

[2] Beamforming

[3] DAS; Delay and Sum

[4] MVDR; Minimum Variance Distortionless Response

[5] MUSIC; MUltiple SIgnal Classification

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

اخیراً استفاده از الگوهای بازنمایی تنک[1] در حوزه‌های مختلف پردازش علامت رقومی مورد اقبال پژوهشگران زیادی قرار گرفته است. از جمله این حوزه‌ها می‌توان به حسگری فشرده[2] [۴]، استخراج ویژگی [۵]، تحلیل تصاویر ابرطیفی[3] [۶] و پردازش علامت‌های حیاتی [۷] اشاره نمود. در الگوهای بازنمایی تنک هر بردار مشاهده براساس ترکیب خطی تعداد کمی پایه[4] (اتم[5]) تخمین زده می‌شود. مجموعه اتم‌های موجود در هر الگو تنک در ماتریسی به نام دیکشنری[6] تجمیع می‌شوند. در مسئله بازنمایی تنک علامت، هدف یافتن تنک‌ترین علامت s است که در آن رابطه $y = Ds$ برقرار باشد. ماتریس $D \in \mathbb{R}^{n\times m}$ قاموس ابرکامل (دیکشنری فوق‌کامل)[7] $(n \ll m)$ و $y \in \mathbb{R}^n$ بردار مشاهده می‌باشند. چنانچه اتم‌های یک دیکشنری توسط بردارهای فرمان (جهت‌دهی)[8] متناظر با کل فضای جستجو انتخاب گردند و با توجه به الگوی باند باریک علامت آرایه‌ای، می‌توان از الگوهای بازنمایی تنک در مسئله تخمین جهت ورود موج استفاده نمود [۸-۱۰]. در روی‌کرد مشابهی، از درایه‌های ماتریس کوواریانس مکانی به منظور طراحی دیکشنری الگوی تنک استفاده شده است [۱۱-۱۲].

در الگوهای بازنمایی تنک متداول هر بردار مشاهده مستقل از سایر بردارهای مشاهده بازنمایی می‌گردد. این در حالی است که در بسیاری از کاربردها بردارهای مشاهده مختلف به یکدیگر وابسته هستند. به منظور لحاظ کردن این وابستگی و همبستگی بین بردارهای مشاهده مختلف، الگوهای بازنمایی تنک توأم مطرح گردیده‌اند. در این دسته از الگوها، مجموعه مشاهدات همبسته به صورت هم‌زمان با لحاظ کردن وابستگی بین مشاهدات بازنمایی می‌شوند. الگوهای بازنمایی تنک توأم در کاربردهای مختلفی از جمله تصویربرداری فراصدا[9] [۱۳]، طبقه‌بندی و خوشه‌بندی [۱۴-۱۵]، حذف نوفه [۱۶] و شناسایی اهداف [۱۷] پیشنهاد شده‌اند. با توجه به اینکه علامت‌های مربوط به زیرباندهای مختلف یک منبع صوتی همگی از یک راستا به سمت آرایه منتشر می‌شوند، بنابراین بازنمایی تنک متناظر با همه زیرباندها را می‌توان به صورت هم‌زمان و توأم انجام داد. چنین روی‌کردی در مرجع [۱۸] استفاده شده است. در این مقاله از روش نُرم صفر هموارشده[10] برای حل مسئله بهینه‌سازی مورد نظر استفاده شده است [۱۹].

در مقاله پیش‌رو یک روش جدید مبتنی بر الگوریتم اِی‌دی‌اِم‌اِم[11] به منظور تخمین پاسخ الگوی بازنمایی تنک توأم پیشنهاد شده است. اگر چه در این روش از بردارهای فرمان (جهت‌دهی) به عنوان اتم‌های دیکشنری استفاده شده‌اند؛ ولی به سادگی قابل بسط در حالت استفاده از ماتریس کوواریانس (مشابه [۱۱-۱۲]) نیز می‌باشند. علی‌رغم مزیت‌های نشان داده شده در تخمین راستای موج صوتی توسط روش‌های مبتنی بر الگوهای تنک ولی هنوز در سامانه‌های سونار از روش‌های پیشین (روش‌های پرتودیسی و زیرفضا) استفاده می‌گردد. با توجه به این موضوع یکی از اهداف اصلی در مقاله جاری مقایسه جامع روش ارائه شده با روش‌های تأخیر و جمع، کاپن و میوزیک است. این مقایسه از جنبه‌های تفکیک‌پذیری زاویه‌ای، تمایزپذیری منابع نزدیک به هم، خطای تخمین، قابلیت آشکارسازی منابع نزدیک به هم، حساسیت به نوفه و پایداری در مقابل پدیده دگرنامی مکانی[12] صورت گرفته است. لازم به ذکر است که دگرنامی مکانی به معنای ثبت نمونه‌های ناکافی از فضای مکان است. این پدیده در شرایط کم‌بودن تعداد حسگرهای ثبت داده ایجاد می‌شود و معمولاً باعث ابهام در تخمین راستای ورود موج صوتی می‌گردد.

با توجه به اینکه روش پیشنهادی در این مقاله در گروه الگوهای تنک قرار دارد، علاوه بر روش‌هایی که در بالا اشاره شد، از یکی از مهم‌ترین روش‌های جهت‌یابی مبتنی بر الگوی تنک [۱۸] برای مقایسه بیش‌تر استفاده می‌گردد. لازم به ذکر است که روش تنک [۱۸] با روش ارائه شده در این مقاله دو تفاوت عمده دارد. اولاً، در مرجع [۱۸] از نُرم دو- صفر ($\ell_{2,0}$) به عنوان عامل تنک‌کننده

[1] SRM; Sparse Representation Models
[2] Compressed Sensing
[3] Hyperspectral Images
[4] Basis
[5] Atom
[6] Dictionary
[7] Overcomplete
[8] Steering vector
[9] Ultrasound Imaging
[10] Smoothed l.
[11] ADMM; Alternating Direction Method of Multipliers
[12] Spatial aliasing

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

استفاده شده در حالی که در پژوهش حاضر از نُرم دو- یک ($\ell_{2,1}$) استفاده گردیده است. این انتخاب به منظور محدب شدن مسأله بهینه‌سازی و رفتار هموارتر تابع هزینه انجام شده است. ثانیاً، روش تخمین بردار بازنمایی تنک در مرجع [۱۸] و مقاله پیش‌رو به طور کامل با یکدیگر متفاوت هستند. در ادامه روش تنک [۱۸] را با عنوان روش تنک هموارشده بیان می‌کنیم.

در بسیاری از مطالعات صورت گرفته در این حوزه از چندین پنجره زمانی متوالی به منظور بهبود پارامترهای تخمین راستا استفاده می‌گردد؛ این در حالی است که در منابع متحرک، راستای منبع نسبت به آرایه تغییر می‌کند و عملاً امکان چنین‌کاری وجود ندارد. بنابراین در مقاله جاری تنها از اطلاعات یک پنجره زمانی به منظور تخمین راستا استفاده می‌شود. در ادامه، در بخش ۲، پس از بیان مختصر الگوی بازنمایی تنک توأم و نحوه تخمین راستای موج صوتی پهن‌باند با استفاده از این الگوها، به توصیف روش بهینه‌سازی مبتنی بر اِی‌دی‌اِم‌اِم پرداخته می‌شود. بخش ۳ به ارائه نتایج و مقایسه عملکرد روش‌های مختلف می‌پردازد و در دو بخش آخر بحث و نتیجه‌گیری ارائه می‌گردند.

۲. روش

در این پژوهش از الگوهای بازنمایی تنک توأم به منظور تخمین راستای ورود موج صوتی پهن‌باند استفاده می‌شود؛ لذا در این بخش ابتدا به بیان نظریه این الگوها پرداخته و در ادامه نحوه استفاده از الگوهای تنک توأم به منظور تخمین جهت موج صوتی ارائه می‌شوند. در انتها روش بهینه‌سازی پیشنهادی در این مقاله به منظور یافتن پاسخ الگوی تنک بیان می‌گردد.

۲-۱. الگوی بازنمایی تنک توأم

با فرض اینکه $y \in \mathbb{R}^n$ بردار مشاهده و $D \in \mathbb{R}^{n\times m}$ ماتریس دیکشنری شامل m اتم باشد؛ الگوی بازنمایی تنک به صورت رابطه (۱) بیان می‌شود.

$$s = argmin_s \|y - Ds\|_2^2 + \lambda\|s\|_1 \qquad (۱)$$

که در آن s بردار ضرایب تنک و $\|.\|_1$ نُرم واحد است. رابطه (۱) به گونه‌ای ارائه شده است که در آن بردار مشاهده براساس ترکیب خطی تعداد کمی از اتم‌های دیکشنری قابل بازسازی باشد. در این رابطه ترم $\|y - Ds\|_2^2$ باعث کاهش خطای بازسازی و ترم $\|s\|_1$ باعث تنک بودن بردار ضرایب تخمینی می‌گردند. λ ضریبی است که سهم هر یک از این دو ترم را در مسئله بهینه‌سازی نهایی تعیین می‌کند. به عبارت دیگر هر چه مقدار λ افزایش یابد بردار s تخمین زده‌شده دارای تعداد بیش‌تری درایه صفر می‌باشد و هر چه λ کاهش یابد اهمیت ترم بازسازی نسبت به ترم تنک‌کننده بیش‌تر می‌گردد. روشن است که هر یک از درایه‌های موجود در بردار تنک، نشان‌دهنده سهم هر یک از اتم‌های دیکشنری در بازسازی بردار مشاهده است. با توجه به مشتق‌پذیر نبودن نُرم واحد در رابطه (۱)، روش‌های بهینه‌سازی متداول همانند روش کاهش گرادیان و نیوتن به طور مستقیم قابل استفاده در این گونه مسائل نیستند. تاکنون مطالعات بسیاری در زمینه حل این دسته از مسائل انجام شده و روش‌های مختلفی نیز بدین منظور ارائه شده‌اند [۲۰-۲۲]. در الگوهای تنک متداول در هر مرحله بهینه‌سازی، بردار ضرایب تنک یک مشاهده، y، تخمین زده می‌شود. این در حالی است که در الگوهای بازنمایی تنک توأم در هر مرحله بردار تنک چندین مشاهده به صورت هم‌زمان تخمین زده می‌شود. در اینگونه از الگوهای توأم تلاش می‌شود که در بازسازی تمام بردارهای مشاهده از اتم‌های یکسانی استفاده گردد. بنابراین چنانچه $Y = [y_1, y_2, \dots, y_N] \in \mathbb{R}^{n\times N}$ ماتریس مشاهدات و $S = [s_1, s_2, \dots, s_N] \in \mathbb{R}^{m\times N}$ ماتریس ضرایب تنک باشند، مسئله بازنمایی تنک توأم به صورت رابطه (۲) قابل بیان است.

$$S = \text{argmin}_S \|Y - DS\|_F^2 + \lambda\|S\|_{2,1} \qquad (۲)$$

که در آن $\|.\|_F^2$ نُرم فروبنیوس است و $\|.\|_{2,1}$ به صورت رابطه (۳) محاسبه می‌گردد.

$$\|S\|_{2,1} = \sum_i \|S(i,:)\|_2 \qquad (۳)$$

$S(i,:)$ در رابطه (۳) نشان دهنده i- اُمین سطر ماتریس S است. با توجه به روابط (۲) و (۳) ماتریس S به گونه‌ای تخمین زده می‌شود که تعداد زیادی از سطرها صفر باشند

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

و تنها تعداد معدودی از سطرهای آن مقادیر غیر صفر اختیار نمایند.

۲-۲. تخمین راستای صوتی با استفاده از الگوی بازنمایی تنک توأم

با فرض اینکه K منبع صوتی باند باریک در میدان دور، با زوایای $\theta = \left[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K\right]$ نسبت به آرایه‌ای با n حسگر وجود داشته باشند؛ الگوی باند باریک علامت به صورت رابطه (۴) قابل ارائه است.

$$y(t) = \sum_{k=1}^{K} a(\theta_k)x_k(t) + n(t) \qquad (۴)$$

که در آن $y(t)$ بردار مشاهده آرایه در لحظه t-اُم، $a(\theta_k)$ و $x_k(t)$ به ترتیب بردار فرمان (جهت‌دهی) و علامت متناظر با منبع k-اُم و $n(t)$ بردار نوفه ناهمبسته در خروجی آرایه است. رابطه (۴) به سادگی قابل نمایش به فرم برداری زیر است.

$$y(t) = A(\theta)x(t) + n(t) \qquad (۵)$$

که در آن $A(\theta) = [a\left(\theta_1\right), a\left(\theta_2\right), \dots, a(\theta_K)]$ ماتریس حاصل از کنار هم چیدن بردارهای فرمان (جهت‌دهی) متناظر با منابع مختلف و $x(t) = [x_1(t),\ x_2(t), \dots, x_K(t)]^T$ می‌باشد. حال چنانچه یک دیکشنری طوری طراحی شود که اتم‌های آن از مجموعه همه بردارهای فرمان (جهت‌دهی) ممکن (همه زوایا) تشکیل شده باشند، و با فرض اینکه در بین تمام زوایای ممکن تنها تعداد معدودی راستا به عنوان جهت منابع، فعال باشند؛ می‌توان با حل رابطه (۱) اتم‌های فعال موجود در دیکشنری را تخمین زد. هر یک از این اتم‌ها در واقع یک بردار فرمان (جهت‌دهی) هستند. به عبارت دیگر از اطلاعات اندیس درایه‌های غیر صفر موجود در بردار تنک می‌توان راستای منابع مختلف را تخمین زد. در ادامه روش باند باریک ارائه شده در این زیربخش را به منظور استفاده در شرایط پهن‌باند بسط می‌دهیم.

یکی از روی‌کردهایی که در عمل برای جهت‌یابی صوتی به صورت پهن‌باند انجام می‌شود این است که ابتدا علامت خروجی هر یک از حسگرها به زیرباندهای بسامدی باریک تقسیم می‌شوند، سپس در هر زیرباند فرایند جهت‌یابی به صورت باندباریک اجرا شده و در انتها خروجی زیرباندهای مختلف به منظور دستیابی به یک پاسخ پهن‌باند با یکدیگر ترکیب می‌شوند. در مقاله جاری نیز از چنین روی‌کردی به منظور جهت‌یابی منابع صوتی پهن‌باند استفاده می‌شود. در صورتی که y_j و s_j به ترتیب بردار خروجی آرایه و بردار ضرایب تنک متناظر با j-اُمین زیرباند بسامدی باشند، الگوی بازنمایی تنک توأم (به منظور تخمین بردارهای ضرایب تنک زیرباندهای مختلف به طور هم‌زمان) به صورت زیر بیان می‌شود.

$$S = \text{argmin}_S \sum_{j=1}^{J} \|y_j - D_j s_j\|_2^2 + \lambda\|S\|_{2,1} \qquad (۶)$$

که در آن $S = [s_1, s_2, \dots, s_J]$ و D_j دیکشنری مربوط به j-اُمین زیرباند بسامدی است و مطابق با نحوه طراحی دیکشنری به صورت باند باریک ساخته می‌شود. به عبارت دیگر، ابتدا بردارهای فرمان (جهت‌دهی) به ازای بسامد مورد نظر و زوایای مختلف محاسبه می‌گردند ($a(f_j, \theta_i)$). ماتریس دیکشنری باند باریک از کنار هم قرار دادن بردارهای فرمان (جهت‌دهی) به ازای $\theta_{start} \le \theta_i \le \theta_{end}$ تشکیل می‌شود. که در آن θ_{start} و θ_{end} به ترتیب حد پایین و بالای راستای ورود موج صوتی هستند. بنابراین چنانچه محدوده صفر تا ۳۶۰ درجه با تفکیک‌پذیری (رزولوشن) یک درجه تقسیم‌بندی شود و آرایه‌ای با هشت حسگر در اختیار باشد، ماتریس دیکشنری باند باریک به صورت $D_j \in \mathbb{R}^{8\times 360}$ تعریف می‌شود. دلیل نحوه فرمول-بندی رابطه (۶) به منظور تخمین ماتریس ضرایب تنک را می‌توان چنین بیان نمود: با توجه به این که l-اُمین اتم همه دیکشنری‌ها، بردار فرمان (جهت‌دهی) مربوط به یک راستای خاص به ازای بسامدهای مختلف هستند؛ بنابراین در صورت پیاده‌سازی الگوی تنک به صورت باند باریک به ازای بسامدهای مختلف، اندیس اتم‌های انتخاب شده (متناظر با ضرایب تنک غیر صفر) در دیکشنری‌های مختلف یکسان خواهند بود. به عبارت دیگر درایه‌های موجود در هر یک از سطرهای ماتریس S یا همگی برابر صفر و یا همگی دارای مقادیر غیر صفر خواهند بود. در ادامه روشی برای حل مسئله بهینه‌سازی توأم در رابطه (۶) پیشنهاد می‌شود.

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]
[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

۲-۳. روش بهینه‌سازی به منظور تخمین ماتریس تنک توأم

در این مقاله روش اِی‌دی‌اِم‌اِم [۲۳] به منظور تخمین ماتریس ضرایب تنک در رابطه (۶) پیشنهاد شده است. به منظور استفاده از این روش، رابطه نامقید (۶) به مسئله بهینه‌سازی مقید زیر تبدیل می‌گردد.

$$\min \sum_{j=1}^{J} \|y_j - D_j s_j\|_2^2 + \lambda \|H\|_{2,1} \quad s.t.\ S = H \qquad (۷)$$

بنابراین تابع لاگرانژین افزوده[1] متناظر با رابطه (۷) به صورت (۸) در می‌آید.

$$L(S, H, \lambda_a) = \sum_{j=1}^{J} \|y_j - D_j s_j\|_2^2 + \lambda \|H\|_{2,1} - \langle \lambda_a, S - H \rangle + \frac{\mu}{2} \|S - H\|_F^2 \qquad (۸)$$

که در آن λ_a ماتریس لاگرانژین و $\mu > 0$ پارامتر پنالتی نامیده می‌شود. مزیت اصلی استفاده از تابع لاگرانژین بالا، جداپذیر شدن سطرهای ماتریس H نسبت به یکدیگر می‌باشد. این در حالی است که سطرهای ماتریس S در رابطه (۶) جفت‌شده[2] است و حل آن را مشکل می‌نماید. روش اِی‌دی‌اِم‌اِم به صورت تکراری[3] پیاده‌سازی می‌شود و در هر مرحله یکی از ماتریس‌های S، H و یا λ_a با فرض ثابت بودن دوتای دیگر بروز می‌گردند. بنابراین در تکرار $l+1$-اُم مراحل اجرای الگوریتم اِی‌دی‌اِم‌اِم به صورت رابطه (۹) در می‌آید.

$$\begin{aligned} S^{l+1} &= \operatorname{argmin}_S L(S, H^l, \lambda_a^l) \\ H^{l+1} &= \operatorname{argmin}_H L\left(S^{l+1}, H, \lambda_a^l\right) \\ \lambda_a^{l+1} &= \lambda_a^l - \mu\left(S^{l+1} - H^{l+1}\right) \end{aligned} \qquad (۹)$$

با توجه به (۸) در مرحله بروز کردن S، مسئله بهینه‌سازی زیر باید حل شود.

$$\operatorname{argmin}_S \sum_{j=1}^{J} \|y_j - D_j s_j\|_2^2 + \frac{\mu}{2} \left\| S - H - \frac{\lambda_a}{\mu} \right\|_F^2 \qquad (۱۰)$$

رابطه (۱۰) نسبت به ستون‌های S جداپذیر است؛ بنابراین هر یک از ستون‌های این ماتریس به صورت مجزا محاسبه می‌گردند. با مساوی صفر قرار دادن مشتق رابطه (۱۰) نسبت به هر یک از ستون‌های S (s_i)، بردارهای مورد نظر به صورت زیر قابل محاسبه خواهند بود.

$$s_i = \left(2D_i^T D_i + \mu \mathbb{I}\right)^{-1} \left(2D_i^T y_i + \mu h_i + \lambda_{ai}\right) \qquad (۱۱)$$

که در آن h_i و λ_{ai} به ترتیب i-اُمین ستون از ماتریس‌های H و λ_a هستند. D_i و y_i نیز به ترتیب دیکشنری و بردار خروجی حسگرها در زیربند i-اُم می‌باشند.

با توجه به تابع لاگرانژین افزوده، در مرحله بروز رسانی H، با مسئله بهینه‌سازی زیر روبرو هستیم.

$$\operatorname{argmin}_H \ \lambda \|H\|_{2,1} - \langle \lambda_a, S - H \rangle + \frac{\mu}{2} \|S - H\|_F^2 \qquad (۱۲)$$

رابطه (۱۲) نسبت به سطرهای H جداپذیر است. مشابه رابطه مرحله قبل هر یک از این بردارها با برابر صفر قرار دادن مشتق (۱۲) نسبت به سطرهای H، به صورت زیر بسادگی قابل محاسبه است.

$$h(i,:) = \left(\frac{\|q\|_2 - \lambda}{\mu \|q\|_2}\right)_+ q \qquad (۱۳)$$

که در آن $q = \mu s(i,:) - \lambda_a(i,:)$ و $h(i,:)$، $s(i,:)$ و $\lambda_a(i,:)$ به ترتیب i-اُمین سطر از ماتریس‌های H، S و λ_a می‌باشند. در رابطه (۱۳) نماد $(.)_+$ به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$(u)_+ = \begin{cases} u & u > 0 \\ 0 & u \le 0 \end{cases} \qquad (۱۴)$$

تکرار مراحل بروز کردن H، S و λ_a تا همگرا شدن ماتریس ضرایب تنک ادامه داده می‌شود.

۳. نتایج

در این بخش به بررسی عملکرد روش تخمین راستای ورود موج صوتی با استفاده از الگوی بازنمایی تنک ارائه شده و مقایسه آن با روش‌های بارتلت، میوزیک، کاپن و تنک هموارشده می‌پردازیم. در ادامه ابتدا به بررسی صحت عملکرد روش بهینه‌سازی پیشنهادی در تخمین راستای منابع پرداخته شده. سپس ویژگی‌های الگوی تنک توأم در تخمین راستای منابع صوتی شامل تفکیک‌پذیری

[1] Augmented Lagrangian
[2] Coupled
[3] Iterative

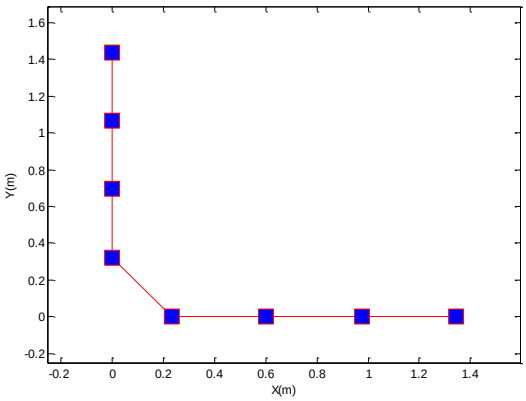
[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

(رزولوشن) زاویه‌ای و تمایزپذیری، تعداد منابع هم‌زمان قابل آشکارسازی، پایداری در حضور نوفه و پایداری در مقابل پدیده دگرنامی مکانی ارائه می‌گردد.

۳-۱. بررسی صحت عملکرد روش تخمین بردار تنک

در همه بخش‌هایی که در ادامه ارائه می‌گردند، به جز بخش مربوط به بررسی پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی، از یک آرایه اِل‌شکل با هشت حسگر مطابق شکل ۱ استفاده شده است. در این شکل مربع‌های آبی رنگ موقعیت هر یک از حسگرهای موجود در آرایه را نشان می‌دهند. این آرایه به منظور جهت‌یابی صوتی در حوالی بسامد ۲ کیلوهرتز طراحی شده و مزیت اصلی آن نسبت به آرایه‌های خطی متداول، نداشتن تقارن استوانه‌ای نسبت به امتداد آرایه می‌باشد.

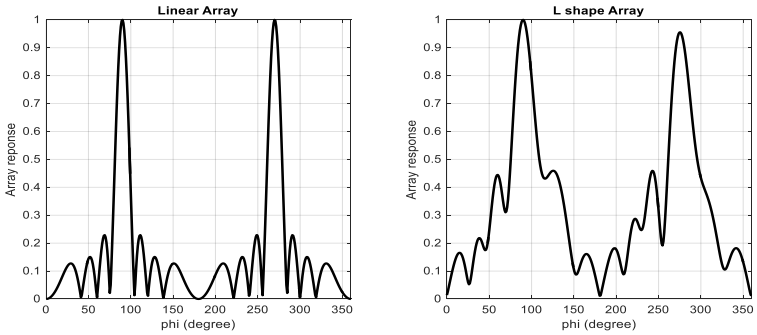


شکل ۱ چینش حسگرهای آرایه.

این مسئله به خوبی در شکل ۲ نمایش داده شده است. در شکل ۲ الگوی دو آرایه خطی و اِل‌شکل قابل مقایسه می‌باشند. در هر دو زیرشکل، آرایه‌ها در راستای ۹۰ درجه تمرکز داده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، آرایه خطی برای زوایای متقارن (نسبت به محور آرایه) دارای ابهام هستند در حالی‌که این ابهام برای آرایه اِل‌شکل وجود ندارد.در حالت کلی در یک آرایه خطیِ یکنواخت، تأخیر بین n-اُمین حسگر و حسگر مرجع برای موجی که از راستای θ به آرایه می‌رسد، برابر $ndcos(\theta)/c$ است [۱] که در آن d فاصله بین دو حسگر متوالی و c سرعت انتشار موج صوتی است. روشن است که با تبدیل θ به θ− تأخیر زمانی بین حسگرها تغییری نمی‌کند. این مسئله دلیل اصلی تقارن الگوی آرایه خطی و ابهام موجود در آن است.

به منظور طراحی دیکشنری‌های مورد استفاده در الگوی تنک، از بردارهای فرمان (جهت‌دهی) با گام یک درجه استفاده شده؛ بنابراین هر یک از دیکشنری‌ها دارای ۳۶۰ اتم خواهند بود. بازه بسامد کاری الگوریتم‌ها ۱۷۰۰ تا ۱۸۰۰ هرتز در نظر گرفته شده‌اند. البته هیچ محدودیتی برای افزایش این بازه بسامدی وجود ندارد.

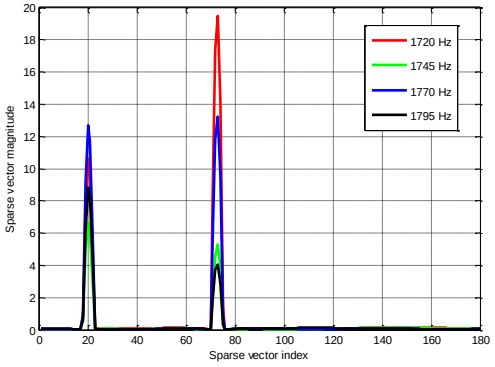
به منظور شبیه‌سازی داده‌های حسگرهای مختلف از علامت‌های تصادفی گوسی استفاده شده است. شکل ۳ بردارهای ضرایب تنک یک سناریوی مشخص را به ازای بسامدهای ۱۷۲۰، ۱۷۴۵، ۱۷۷۰ و ۱۷۹۵ هرتز نمایش می‌دهد. در این سناریو دو منبع در زوایای ۲۰ و ۷۰ درجه نسبت به مرجع زاویه‌ای آرایه وجود دارند. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، بردارهای ضرایب تنک بسامدهای مختلف به ازای تمام شاخص‌ها به جز شاخص‌هایی که در حوالی زوایای ۲۰ و ۷۰ درجه هستند، دارای مقادیر ناچیز (نزدیک به صفر) می‌باشند. لازم به ذکر است با توجه به اینکه گام بردارهای فرمان (جهت‌دهی) در اتم‌های دیکشنری یک درجه انتخاب شده، بنابراین شماره اندیس هر اتم با زاویه‌ای که هر اتم نماینده آن است، یکسان می‌باشد.



شکل ۲ مقایسه الگوی آرایه خطی (سمت چپ) با آرایه اِل‌شکل (سمت راست).

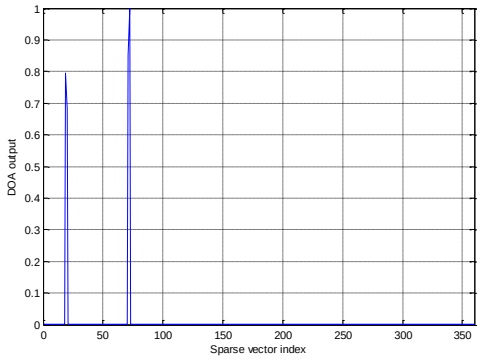
[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]



شکل ۳ بردار ضرایب تنک تخمین زده شده به ازای بسامدهای مختلف با استفاده از روش پیشنهادی.

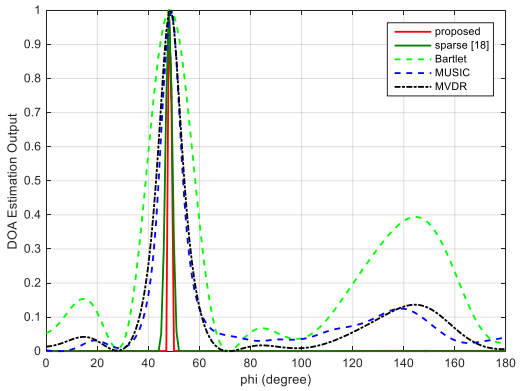
در شکل ۴ خروجی نهایی تخمین راستای متناظر با شکل ۳ مشاهده می‌شود. این خروجی با متوسط‌گیری بردارهای تنک همه بسامدهای مورد بررسی به دست آمده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت بردارهای تنک تنها در حوالی زوایای ۲۰ و ۷۰ درجه دارای قله (پیک) قوی هستند.



شکل ۴ نتیجه جهت‌یابی راستای ورود موج متناظر با شکل ۳. نسبت علامت به نوفه ۱۰ دسی‌بل و دو موج از راستاهای ۲۰ و ۷۰ درجه به سمت آرایه تابیده است.

۳-۲. بررسی تفکیک‌پذیری زاویه‌ای و تمایزپذیری

به منظور مقایسه تفکیک‌پذیری (رزولوشن) زاویه‌ای روش بازنمایی تنک پیشنهادی با روش‌های بارتلت، میوزیک، کاپن و تنک هموارشده از یک منبع در راستای ۵۰ درجه استفاده شده است. بسامد پردازش مشابه قسمت قبل، بازه بسامدی ۱۷۰۰ تا ۱۸۰۰ هرتز می‌باشد. شکل ۵ تفکیک‌پذیری زاویه‌ای چهار روش ذکر شده را به همراه روش پیشنهادی نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشخص است همه روش‌ها در راستای ۵۰ درجه دارای یک قله (پیک) قوی هستند.



شکل ۵ نمایش تفکیک‌پذیری زاویه‌ای روش‌های مختلف به ازای موجی که از راستای ۵۰ درجه به سمت آرایه تابیده است. به منظور نمایش واضح‌تر فقط محدوده صفر تا ۱۸۰ درجه نمایش داده شده است ولی الگوریتم‌های جهت‌یابی محدوده صفر تا ۳۶۰ درجه را به طور کامل پوشش می‌دهد.

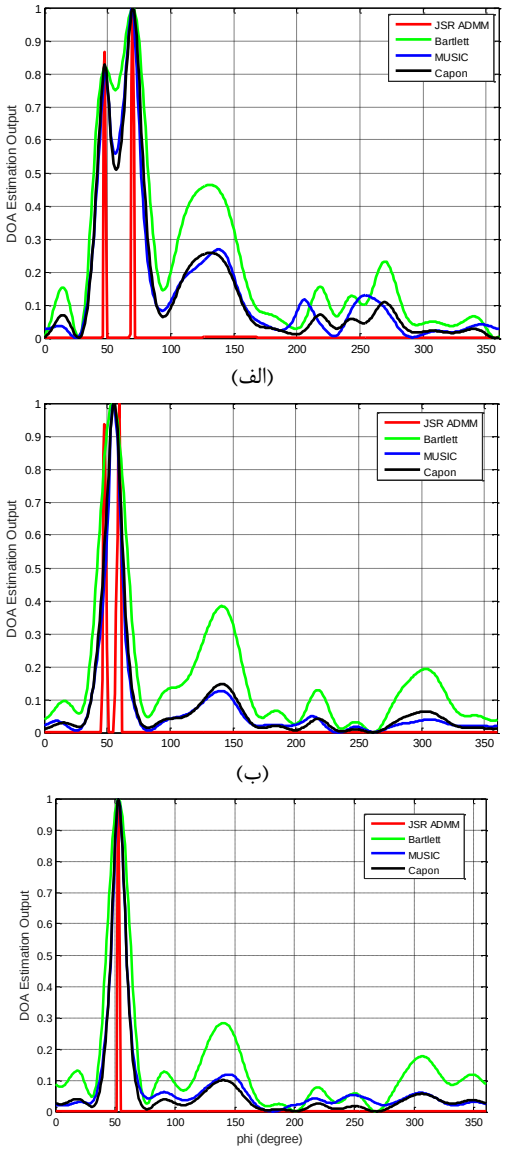
با توجه به این شکل پهنای خروجی تخمین راستای منبع هدف در روش‌های مبتنی بر تنک‌بودن باریک‌تر از پهنای معادل در سه روش دیگر است. از طرفی تفکیک‌پذیری روش پیشنهادی و روش تنک هموارشده تقریباً مشابه یکدیگر می‌باشند. در ادامه به منظور جلوگیری از پیچیدگی شکل‌ها، نتایج روش تنک هموارشده تنها در مواقعی که عملکرد متفاوتی با روش پیشنهادی در این مقاله دارند، ارائه می‌شود. لازم به ذکر است که روش میوزیک (منحنی آبی) همواره به عنوان یکی از روش‌هایی که تفکیک‌پذیری زاویه‌ای مناسبی دارد، در ادبیات مربوط به این حوزه شناخته شده است. با بزرگنمایی شکل ۵ در حوالی زاویه ۵۰ درجه می‌توان مشاهده نمود که پس از روش‌های تنک به ترتیب روش‌های میوزیک (منحنی آبی)، کاپن (منحنی سیاه) و بارتلت (منحنی سبز) دارای بهترین تفکیک‌پذیری هستند. در این بین روش بارتلت و روش تنک پیشنهادی به ترتیب دارای بیش‌ترین و کم‌ترین سطح اُکتاوهای کناری[1] در خروجی می‌باشند.

در ادامه تمایزپذیری اهداف نزدیک به یکدیگر در روش‌های مختلف با یکدیگر مقایسه می‌شوند. نتایج این مقایسه در شکل ۶ ارائه شده‌اند. در شکل ۶ (الف) دو منبع صوتی در راستاهای ۵۰ و ۷۰ درجه قرار داده شده‌اند.

[1] Sidelobes

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]



شکل ۶ نمایش تمایزپذیری روش‌های مختلف به ازای دو جبهه موج از دو راستای (الف) ۵۰ و ۷۰ درجه، (ب) ۵۰ و ۶۰ درجه و (ج) ۵۰ و ۵۵ درجه.

همان‌طور که مشخص است همه روش‌ها بجز روش بارتلت به خوبی قادرند دو منبع با اختلاف راستای ۲۰ درجه را از یکدیگر تفکیک نمایند. با توجه به این شکل تمایزپذیری روش کاپن اندکی بهتر از روش میوزیک می‌باشد. شکل ۶ (ب) نتیجه جهت‌یابی را به ازای دو منبع با اختلاف راستای ۱۰ درجه نمایش می‌دهد. به خوبی قابل مشاهده است که هیچ یک از روش‌های میوزیک، کاپن و بارتلت قادر به جداسازی این دو منبع نمی‌باشند؛ این در حالی است که هنوز روش پیشنهادی قادر به تفکیک منابع از راستاهای ۵۰ و ۶۰ درجه می‌باشد. در شکل ۶ (ج) اختلاف زاویه‌ای دو منبع میدان دور به ۵ درجه رسیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این شرایط هیچ یک از روش‌ها قادر به تمایز دو منبع نزدیک به یکدیگر نشده‌اند. براساس نتایج ارائه شده در شکل ۶ روش‌های تنک، کاپن، میوزیک و بارتلت به ترتیب دارای بیش‌ترین تمایزپذیری منابع صوتی نزدیک به یکدیگر می‌باشند. لازم به ذکر است، اگرچه در شرایط ذکر شده در این مسئله (آرایه با هشت حسگر و بسامد کاری حوالی ۲ کیلوهرتز) هیچ یک از روش‌ها قادر به تفکیک منابع با اختلاف راستای ۵ درجه نشده‌اند ولی با افزایش تعداد حسگرهای آرایه و بسامد کاری می‌توان قدرت جداسازی منابع در هر یک از روش‌ها را بهبود داد.

جدول ۱ مقایسه خطای تخمین راستا در روش‌های مختلف.

نام روش	خطای تخمین راستا (انحراف معیار± متوسط)	نسبت توان علامت به نوفه (دسی‌بل)
روش پیشنهادی	۰٫۹۷±۰٫۲۲	۱۰
روش تنک هموارشده	۱٫۰۱±۰٫۹۲	
بارتلت	۱٫۰۳±۰٫۳۰	
میوزیک	۱٫۰۲±۰٫۴۰	
کاپن	۱٫۰۵±۰٫۳۶	
روش پیشنهادی	۱٫۰۸±۰٫۵۴	۵
روش تنک هموارشده	۱٫۰۸±۰٫۹۵	
بارتلت	۱٫۱۲±۰٫۵۷	
میوزیک	۱٫۱۳±۰٫۷۳	
کاپن	۱٫۰۸±۰٫۶۶	
روش پیشنهادی	۱٫۰۸±۰٫۹۳	صفر
روش تنک هموارشده	۱٫۱۶±۱٫۶۴	
بارتلت	۱٫۱۵±۰٫۹۷	
میوزیک	۱٫۱۸±۱٫۲۲	
کاپن	۱٫۱۲±۱٫۱۲	

در جدول ۱ خطای تخمین راستا در روش‌های مختلف به ازای مقادیر مختلف نسبت توان علامت به نوفه نمایش

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

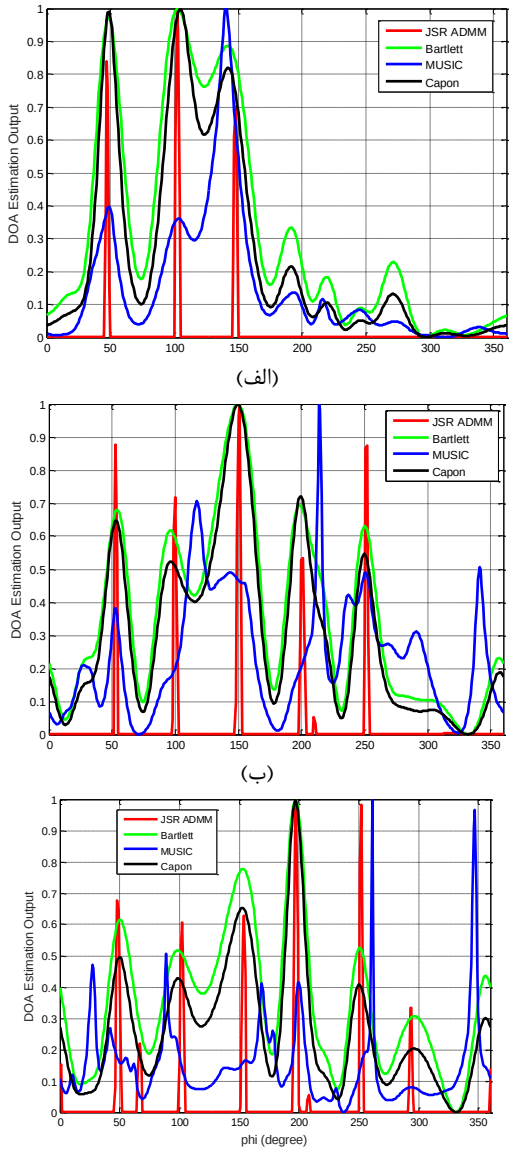
[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

داده شده‌اند. این نتایج با متوسط‌گیری بر روی ۱۰۰ بار تکرار آزمایش به دست آمده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که همه روش‌ها از نظر خطای تخمین راستا تقریباً مشابه یکدیگر عمل می‌کنند.

۳-۳. بررسی تعداد منابع هم‌زمان قابل آشکارسازی

یکی از معیارهای مهم در مقایسه روش‌های تخمین راستای ورود موج صوتی، قابلیت آشکارسازی چندین منبع به صورت هم‌زمان است. در شکل ۷ قابلیت تخمین راستای سه، پنج و شش منبع به طور هم‌زمان در روش‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

در شکل ۷ (الف) سه منبع در زوایای ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ درجه قرار دارند. همان‌طور که مشاهده می‌شود عملکرد روش میوزیک در این شرایط ضعیف‌تر از سه روش دیگر بوده است. از طرفی روش تنک بهتر از دو روش بارتلت و کاپن قادر به آشکارسازی این سه منبع به صورت هم‌زمان است. نتایج مربوط به تخمین پنج منبع هم‌زمان با راستاهای ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰ و ۲۵۰ درجه در شکل ۷ (ب) ارائه شده‌اند. در چنین شرایطی روش میوزیک منابع موجود در راستاهای ۱۰۰ و ۲۰۰ درجه را با خطای زیادی تخمین زده است؛ علاوه‌بر این روش میوزیک حضور یک منبع در حوالی زاویه ۳۴۰ درجه را به اشتباه آشکارسازی کرده است. سایر روش‌ها راستای منبع را به درستی تخمین زده‌اند ولی همان‌طور که قابل مشاهده است، تشخیص وجود پنج منبع در خروجی روش پیشنهادی، نمایان‌تر از دو روش بارتلت و کاپن است. در واقع تمایز بین پیک‌های ناشی از حضور منبع واقعی با پیک‌های ناشی از سطح بالای اُکتاوهای کناری در روش بارتلت و کاپن مشکل است (به عنوان مثال در شکل ۶ (الف) ممکن است پیک موجود در حوالی زاویه ۱۲۵ درجه در روش‌های بارتلت و کاپن به عنوان یک منبع واقعی تلقی شود در حالی‌که هیچ منبعی در آن راستا وجود ندارد). در شکل ۷ (ج) نتیجه جهت‌یابی به ازای شش منبع هم‌زمان در راستاهای ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰، ۲۵۰ و ۳۰۰ درجه نمایش داده شده است. مشابه دو سناریوهای گذشته روش میوزیک عملکرد ضعیف‌تری نسبت به سه روش دیگر دارد. در این شرایط روش تنک حضور یک منبع را در حوالی راستای ۶۵ درجه و روش‌های بارتلت و کاپن وجود یک منبع را در راستای ۳۵۵ درجه به اشتباه آشکارسازی کرده‌اند.



(الف)

(ب)

(ج)

شکل ۷ نمایش عملکرد روش‌های مختلف در شرایط ورود منابع صوت هم‌زمان به آرایه. (الف) سه منبع با راستاهای ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ درجه، (ب) پنج منبع با راستاهای ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰ و ۲۵۰ درجه و (ج) شش منبع با راستاهای ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰، ۲۵۰ و ۳۰۰ درجه.

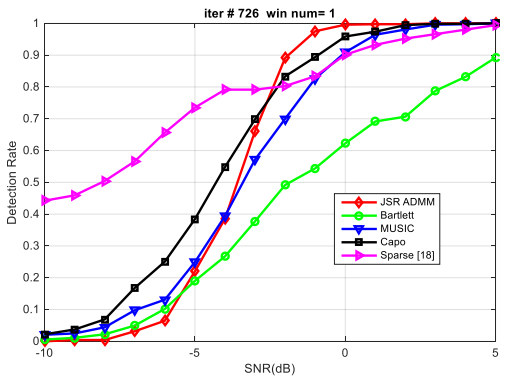
دقت شود که این نتایج به ازای آرایه‌ای با هشت حسگر بدست آمده است؛ این درحالی است که با افزایش تعداد

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]
[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

حسگرهای آرایه می‌توان قابلیت آشکارسازی تعداد بیش‌تری منبع هم‌زمان را فراهم نمود.

۳-۴. بررسی پایداری در مقابل نوفه

در این بخش قدرت آشکارسازی علامت صوتی منابع به ازای توان‌های مختلف نوفه در روش‌های مختلف بررسی می‌گردند. شکل ۸ نرخ آشکارسازی علامت جهت‌مند را به ازای مقادیر مختلف توان علامت به نوفه نشان می‌دهد.



شکل ۸ مقایسه عملکرد روش‌های مختلف به ازای مقادیر مختلف توان علامت به نوفه.

این نتایج با متوسط‌گیری بر روی ۱۰۰۰ آزمون آشکارسازی به ازای هر مقدار توان علامت به نوفه به دست آمده‌اند. معیار آشکارسازی در این آزمون، قرار داشتن قله (پیک) منحنی‌ها در محدوده مجاز و عدم وجود اُکتاوهای کناری با دامنه بیش از ۵۰ درصد قله (پیک) اصلی بوده است. روش بارتلت به دلیل بالا بودن سطح اُکتاوهای کناری در فرایند تخمین، عملکرد ضعیف‌تری نسبت به چهار روش دیگر دارد. از طرفی نتایج آشکارسازی در توان‌های پایین علامت به نوفه نشان می‌دهند که روش تنک هموارشده عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌ها دارد. این درحالی است که به ازای مقادیر بالای توان علامت به نوفه عملکرد روش تنک پیشنهادی بهتر از سایر روش‌ها است. به عنوان مثال، در شرایطی که نسبت علامت به نوفه صفر دسی‌بل باشد، روش‌های تنک پیشنهادی، کاپن، میوزیک، تنک هموارشده و بارتلت به ترتیب دارای نرخ آشکارسازی ۹۹ درصد، ۹۵ درصد، ۹۱ درصد، ۹۰ درصد و ۶۳ درصد می‌باشند.

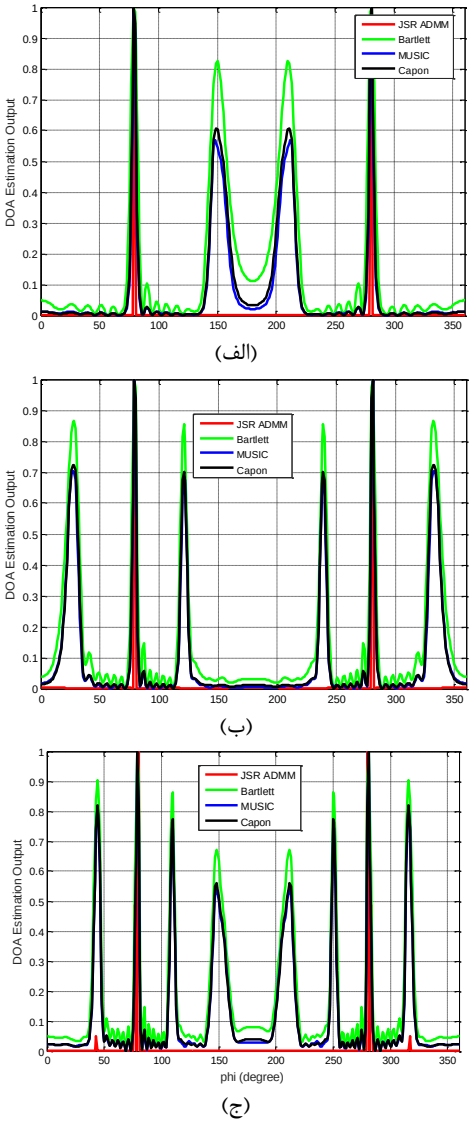
۳-۵. بررسی پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی

در بسیاری از مطالعاتی که تاکنون بر روی جهت‌یابی منابع صوتی صورت گرفته است، به دلیل دستیابی به تفکیک‌پذیری مناسب و هم‌چنین سادگی بیش‌تر از آرایه‌های خطی با فواصل یکسان بین حسگرهای آرایه استفاده شده است. در این نوع آرایه به منظور جلوگیری از ایجاد پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی فاصله بین حسگرها باید کم‌تر از نصف کوچک‌ترین طول موج موجود در علامت باشد ($d \le \frac{\lambda}{2}$). به منظور بررسی پایداری روش‌های مختلف در مقابل پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی، فواصل بین حسگرها به صورت $d = \beta \frac{\lambda}{2}$ و به ازای مقادیر مختلف β انتخاب می‌شود.

در شکل ۹ (الف) و شکل ۹ (ب) خروجی روش‌ها به ازای β =۲ و β = ۳ نمایش داده شده‌اند. در این شکل‌ها تنها یک منبع صوتی در راستای ۸۰ درجه وجود دارد. پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی در خروجی روش‌های بارتلت، میوزیک و کاپن به خوبی در این دو شکل قابل مشاهده هستند. این پدیده در شکل ۹ (الف)، در راستاهای ۱۵۰ و ۲۱۰ درجه و در شکل ۹ (ب) در راستاهای ۳۰، ۱۲۰، ۲۴۰ و ۳۳۰ درجه مشاهده می‌شود. این در حالی است که در خروجی روش تنک توأم پیشنهادی به ازای β = ۲ و β =۳ پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی رخ نداده است. لازم به ذکر است که با توجه به تقارن موجود در آرایه خطی، خروجی جهت‌یابی نسبت به راستای ۱۸۰ درجه متقارن است. در شکل ۹ (ج)، خروجی جهت‌یابی به ازای $\beta = ۴$ نمایش داده شده است. روشن است که در این حالت شدت پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی در سه روش بارتلت، میوزیک و کاپن، نسبت به دو شکل قبل بیش‌تر شده است. با بزرگنمایی پاسخ مربوط به روش تنک در حوالی راستای ۸۰ درجه مشخص می‌شود که روش تنک نیز در این ناحیه دارای دو قله (پیک) نزدیک به هم است؛ بنابراین پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی در روش تنک به ازای β = ۴ رخ داده است. این مشاهده حاکی از پایداری زیاد روش تنک نسبت به پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی است.

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]



(الف)

(ب)

(ج)

شکل ۹ نمایش پایداری روش‌های مختلف جهت‌یابی صوت در مقابل پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی. (الف) نتیجه جهت‌یابی به ازای $\beta = ۲$، (ب) نتیجه جهت‌یابی به ازای $\beta = ۳$ و (ج) نتیجه جهت‌یابی به ازای $\beta = ۴$. در شبیه‌سازی‌های این قسمت از سه آرایه خطی با فواصل حسگرهای یکسان به منظور بکارگیری در بسامد یک کیلوهرتز استفاده شده است.

۳-۶. مقایسه پیچیدگی روش‌ها

در این بخش میزان پیچیدگی روش پیشنهادی با چهار روش بارتلت، کاپن، میوزیک و تنک هموارشده مقایسه می‌شود. بدین منظور، مشابه مرجع [۱۹]، از معیار زمان اجرای الگوریتم‌ها استفاده می‌گردد. در جدول ۲ زمان اجرای همه روش‌ها به ازای سه پهنای باند ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ هرتز مقایسه شده‌اند. به منظور اجرای الگوریتم‌ها از رایانه‌ای با ۱۶ گیگابایت حافظه رام و پردازنده ۷ هسته‌ای با ساعت ۲٫۶ گیگاهرتز استفاده شده است.

نتایج گزارش شده با متوسط‌گیری بر روی ۱۰۰ مرتبه اجرای هر روش به دست آمده‌اند. به عنوان مثال، به ازای پهنای باند ۱۰۰ هرتز، متوسط زمان اجرا در روش‌های بارتلت، کاپن، میوزیک، تنک هموارشده و تنک پیشنهادی به ترتیب برابر ۰٫۰۶۵، ۰٫۰۶۷، ۰٫۰۸۹، ۵٫۴۹ و ۴٫۶ ثانیه می‌باشند.

نتایج نشان می‌دهند، اگرچه زمان اجرای روش تنک پیشنهادی بیش‌تر از روش‌های مبتنی بر پرتودیسی (کاپن و بارتلت) و زیرفضا (میوزیک) است ولی در مقایسه با روش تنک هموار شده پیچیدگی کم‌تری دارد.

در انتها، به منظور جمع‌بندی و سهولت در مقایسه عملکرد روش تنک پیشنهادی با روش‌های استاندارد و روش تنک هموارشده، جدول ۳ ارائه می‌شود. در این جدول منظور از روش استاندارد منتخب، یکی از روش‌های بارتلت، کاپن و میوزیک می‌باشد که بهترین عملکرد را براساس معیار مورد نظر داشته‌اند.

۴. بحث

در این مطالعه از روش بازنمایی تنک توأم به منظور تخمین راستای منابع صوتی پهن‌باند استفاده گردید. یکی

جدول ۲ مقایسه زمان اجرای الگوریتم‌های مختلف.

روش / پهنای باند	۵۰ هرتز	۱۰۰ هرتز	۲۰۰ هرتز
بارتلت	۰٫۰۳۳±۰٫۰۰۲	۰٫۰۶۵±۰٫۰۰۳	۰٫۱۳۲±۰٫۰۰۴
کاپن	۰٫۰۳۴±۰٫۰۰۲	۰٫۰۶۷±۰٫۰۰۴	۰٫۱۳۵±۰٫۰۰۵
میوزیک	۰٫۰۴۵±۰٫۰۰۳	۰٫۰۸۹±۰٫۰۰۵	۰٫۱۸۱±۰٫۰۰۵
روش تنک هموارشده	۳٫۲±۰٫۸۸	۵٫۴۹±۲٫۱۸	۱۶٫۹۲±۶٫۸
روش پیشنهادی	۲٫۵±۲٫۷	۴٫۶±۱٫۸	۱۰٫۵±۴٫۸

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

جدول ۳ جمع‌بندی نتایج مقایسه روش‌های مختلف.

معیار	روش پیشنهادی	روش تنک هموارشده	روش استاندارد منتخب
تمایزپذیری منابع نزدیک به هم	۱۰ درجه	۱۰ درجه	۲۰ درجه
آشکارسازی منابع هم‌زمان	۵ منبع	۵ منبع	۳ منبع
خطای تخمین راستا به ازای SNR=۰	۱٫۰۸±۰٫۹۳ درجه	۱٫۱۶±۱٫۶۴ درجه	۱٫۱۲±۱٫۱۲ درجه
احتمال آشکارسازی به ازای SNR=۰	۹۹ درصد	۹۰ درصد	۹۵ درصد
پایداری در برابر دگرنامی (الیاسینگ) مکانی (β)	$\beta = ۳$	$\beta = ۳$	$\beta = ۱$
پیچیدگی (زمان اجرا)	۴٫۶ ثانیه	۵٫۵ ثانیه	۰٫۰۶۵ ثانیه

از تفاوت‌های اصلی الگوی بکار برده شده در این پژوهش با الگوهای بازنمایی تنک توأم مطرح‌شده در سایر کاربردها در این است که الگوی جاری از چندین ماتریس دیکشنری (یک دیکشنری به ازای هر زیرباند بسامدی) استفاده می‌کند در حالی که در سایر کاربردها معمولا یک دیکشنری در بازسازی داده‌ها بکار برده می‌شود. روش ارائه شده در این مقاله از جنبه‌های مختلفی با روش‌های بارتلت، میوزیک و کاپن متفاوت است.

۱- با توجه به الگوی ارائه شده در این‌گونه از الگوهای تنک، تخمین راستا در بسامدهای مختلف به صورت توأم انجام می‌شود؛ این در حالی است که در روش‌های بارتلت، میوزیک و کاپن، هر باند بسامدی مستقل از سایر باندهای بسامدی پردازش می‌شود و در نهایت خروجی زیرباندها با یکدیگر ترکیب می‌گردند.

۲- در روش‌های پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو)، خروجی آرایه به صورت رابطه خطی $\mathrm{w}^T\mathrm{x}$ بیان می‌شود؛ که در آن w بردار وزن‌دهی و x بردار مربوط به علامت خروجی حسگرهای مختلف است. بردار وزن‌دهی در این روش‌ها معمولاً به گونه‌ای طراحی می‌شود که باعث تنکش (تضعیف) هر چه بیش‌تر توان نوفه در خروجی آرایه گردد و در عین حال توان علامت جهت‌مند مورد نظر دچار تنکش نشود. این در حالی است که در روش ارائه شده تنها از قید کم‌بودن تعداد منابع صوتی نسبت به تعداد اتم‌های موجود در دیکشنری استفاده می‌گردد ($K \ll M$) و با استفاده از حل مسئله بهینه‌سازی مبتنی بر نُرم واحد، راستای موج صوتی تخمین زده می‌شود.

۳- با توجه به اینکه در روش‌های مبتنی بر پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو) غالباً از مفهوم انرژی متوسط علامت استفاده می‌شود؛ بنابراین محاسبه ماتریس کوواریانس (آمارگان مرتبه دوم) در این روش‌ها ضروری است. این در حالی است که در روش‌های مبتنی بر تنک بودن، نیازی به تخمین ماتریس کوواریانس وجود ندارد.

وجود الگوی خطی $\mathrm{w}^T\mathrm{x}$ در روش‌های پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو) به صورت یک صافی پایین‌گذر (متوسط‌گیر) عمل می‌کند و باعث پهن شدن پاسخ تخمین در این دسته از روش‌ها می‌گردد؛ این پدیده به کاهش تفکیک‌پذیری زاویه‌ای روش‌های ذکر شده می‌انجامد. در حالی‌که در روش ارائه شده در این مقاله سعی می‌شود که خروجی تخمین در اکثر زوایا دارای مقدار صفر و در راستاهای معدودی مقدار غیر صفر اختیار کند. این روی‌کرد به شدت باعث بهبود تفکیک‌پذیری زاویه‌ای و تمایزپذیری منابع صوتی نزدیک به یکدیگر می‌گردد. نتایج به دست آمده در شکل ۵ و شکل ۶ نیز این پدیده را بخوبی نمایش می‌دهند.

یکی دیگر از نقاط ضعف روش‌های مبتنی بر پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو)، حساسیت بالای آن‌ها به سازگاری بسامد داده‌های حسگرها و چینش عناصر آرایه می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده شد، افزایش فاصله بین حسگرها (بیش از $\lambda/۲$) به سرعت باعث ایجاد قله‌های (پیک‌های) کاذب ناشی از پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی می‌گردد. این مسئله باعث افزایش احتمال آشکارسازی اشتباه در این‌گونه روش‌ها می‌شود. با توجه به

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

اینکه الگوهای تنک، حداقل تعداد بردارهای فرمان (جهت-دهی) مناسب را به منظور بازسازی علامت خروجی حسگرها می‌یابند بنابراین حساسیت بسیار کم‌تری به پدیده دگرنامی (الیاسینگ) دارند.

نتایج ارائه شده در جدول ۱ نشان می‌دهند که تقریباً همه روش‌ها به طور متوسط یک درجه خطا در تخمین راستای منابع صوتی دارند. خطای موجود در این تخمین‌ها ناشی از دو عامل است. ۱- خطای ناشی از الگوریتم و نوفه موجود در داده‌های حسگرها و ۲- گسسته‌سازی زاویه متناظر با بردارهای فرمان (جهت‌دهی). در این مطالعه اختلاف زاویه بین دو بردار جهت‌دهی مجاور یک درجه در نظر گرفته شده است. روشن است که کاهش گام تغییر زاویه در روش‌های مختلف باعث کاهش خطای تخمین می‌گردد. ولی این کار در روش‌های تنک باعث افزایش اندازه دیکشنری (افزایش تعداد اتم‌های دیکشنری) و در روش‌های مبتنی بر پرتودیسی باعث افزایش تعداد نقاط جستجو در فضای زاویه می‌گردد.

همان‌طور که از نتایج ارائه شده در این مقاله قابل استنباط است، روش تنک پیشنهادی از جنبه‌های مختلف شامل تفکیک‌پذیری زاویه‌ای، تمایزپذیری منابع نزدیک به هم، قابلیت آشکارسازی چندین منبع هم‌زمان و پایداری در مقابل پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی نسبت به سه روش مهم بارتلت، میوزیک و کاپن ارجحیت دارد و از نظر پایداری در مقابل نوفه نیز تقریباً مشابه آن‌ها عمل می‌کند. لازم به ذکر است که این دستاوردها در الگوی تنک با استفاده از تغییر روی‌کرد در فرایند تخمین جهت (استفاده از فرض تنک بودن تعداد منابع و الگو کردن آن با استفاده از یک الگوی بازنمایی تنک) و به بهای افزایش پیچیدگی محاسباتی به دست می‌آید. به عبارت دیگر استفاده از روش تنک توأم در کاربردهای زمان حقیقی به سخت‌افزار بسیار قوی‌تری برای پیاده‌سازی نیاز دارد. مقایسه عملکرد روش تنک پیشنهادی و روش تنک هموارشده [۱۸] نشان می‌دهد که روش ارائه شده در این مقاله، ضمن حفظ ویژگی‌های تفکیک‌پذیری زاویه‌ای، تمایزپذیری و پایداری در مقابل دگرنامی (الیاسینگ) مکانی، باعث ایجاد بهبود در پیچیدگی محاسباتی و نرخ آشکارسازی شده است. این نتایج به خوبی در جدول ۳ منعکس شده‌اند.

۵. نتیجه‌گیری

در این مطالعه از الگوهای بازنمایی تنک به منظور جهت‌یابی راستای انتشار موج صوتی نوفه استفاده گردید. همان‌طور که نشان داده شد در الگوهای مبتنی بر قید تنک بودن، شاخص اتم‌های فعال (اتم‌های متناظر با درایه‌های غیر صفر بردار تنک) راستای ورود موج صوتی را نشان می‌دهند. در این مقاله به منظور بازنمایی توأم زیرباندهای مختلف یک علامت پهن‌باند، الگوی بازنمایی تنک توأم بکاربرده شد. بدین منظور یک روش بهینه‌سازی برای حل عددی الگوی ارائه شده مطرح گردید. نتایج نشان می‌دهند که روش مبتنی بر تنک بودن از نظر تفکیک‌پذیری زاویه‌ای، تمایزپذیری منابع صوتی، قابلیت آشکارسازی منابع هم‌زمان و پایداری در مقابل پدیده دگرنامی (الیاسینگ) مکانی عملکرد بهتری نسبت به روش‌های مبتنی بر پرتودیسی (شکل‌دهی پرتو) و زیرفضا دارند. در عین حال خطای تخمین راستا و پایداری در مقابل علامت در هر سه نوع جهت‌یابی تقریباً مشابه است. یکی از نقاط ضعف روش‌های مبتنی بر الگوهای بازنمایی تنک پیچیدگی محاسباتی بالای آن‌ها است که استفاده از آن‌ها را محدود می‌کند. البته لازم به ذکر است که در روش تنک پیشنهادی زمان اجرا نسبت به روش تنک هموارشده کاهش یافته است. در مطالعات آینده به بررسی امکان کاهش پیچیدگی محاسباتی و پیاده‌سازی سریع این دسته از روش پرداخته می‌شود.

۶. فهرست منابع

[1] J. Benesty, J. Chen, Y. Huang, "Microphone Array Signal Processing," Springer-Verlag Berlin Heidelberg, vol. 1, 2008.

[2] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," Proceedings of the IEEE, vol. 57, no. 8, pp. 1408–1418, 1969.

[3] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 34, no. 3, pp. 276–280, 1986.

[4] A. Shukla, A. Majumdar, "Row sparse blind compressed sensing for reconstructing multi-channel eeg signals," Biomedical Signal Processing and Control, vol. 18, pp. 174–178, 2015.

[5] Z. Zhang, M. Zhao, T.W.S. Chow, "Binary and multi-class group sparse canonical

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]
[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]

correlation analysis for feature extraction and classification," IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, vol. 25, no. 10, pp. 2192–2205, 2013.

[6] C. Li, Y. Ma, X. Mei, C. Liu, J. Ma, "Hyperspectral image classification with robust sparse representation," IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, vol. 13, no. 5, pp. 641-645, 2016.

[7] Y. Li, Z.L. Yu, N. Bi, Y. Xu, Z. Gu, S.i. Amari, "Sparse representation for brain signal processing: a tutorial on methods and applications," IEEE Signal Processing Magazine, vol. 31, no. 3, pp. 96-106, 2014.

[8] D. Malioutov, M. Cetin, A.S. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 53, no. 8, pp. 3010-3022, 2005.

[9] M. Carlin, P. Rocca, G. Oliveri, F. Viani, A. Massa, "Directions-of-Arrival estimation through bayesian compressive sensing strategies," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 61, no. 7, pp. 3828-3838, 2013.

[10] K. Yu, Y.D. Zhang, M. Bao, Y.H. Hu, Z. Wang, "DOA estimation from one-bit compressed array data via joint sparse representation," IEEE Signal Processing Letters, vol. 23, no. 9, pp. 1279-1283, 2016.

[11] Z.M. Liu, Z.T. Huang, Y.Y. Zhou, "Sparsity-Inducing direction finding for narrowband and wideband signals based on array covariance vectors," IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 12, no. 8, pp. 1-12, 2013.

[12] J. Yin, T. Chen, "Direction-of-arrival estimation using a sparse representation of array covariance vectors," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, no. 9, pp. 4489-4493, 2011.

[13] J. Duan H. Zhong, B. Jing, S. Zhang, M. Wan, "Increasing axial resolution of ultrasonic imaging with a joint sparse representation model," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 63, no. 12, pp. 2045-2056, 2016.

[14] E. Zhang, L. Jiao, X. Zhang, H. Liu, S. Wang, "Class-level joint sparse representation for multifeature-based hyperspectral image classification," IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, vol. 9, no. 9, pp. 4160-4177, 2016.

[15] X. Pei, C. Chen, Y. Guan, "Joint sparse representation and embedding propagation learning: a framework for graph-based semisupervised learning," IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, vol. 28, no. 12, pp. 2949-2960, 2016.

[16] L. Liu, L. Chen, C.L.P. Chen, Y.Y. Tang, C.M. Pun, "Weighted joint sparse representation for removing mixed noise in image," IEEE Transactions on Cybernetics, vol. 47, no. 3, pp. 600-611, 2017.

[17] G. Dong, G. Kuang, N. Wang, L. Zhao, J. Lu, "SAR target recognition via joint sparse representation of monogenic signal," IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, vol. 8, no. 7, pp. 3316-3328, 2015.

[18] M.M. Hyder, K. Mahata, "Direction-of-arrival estimation using a mixed $l_{2,0}$ norm approximation," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 58, no. 9, pp. 4646-4655, 2010.

[19] H. Mohimani, M. Babaie-Zadeh, C. Jutten, "A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed l^0 norm," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 1, pp. 289-301, 2009.

[20] S.S. Chen, D.L. Donoho, M.A. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," SIAM Journal Scientific Computing, vol. 43, no. 1, pp. 129-159, 2001.

[21] A. Beck, M. Teboulle, "A fast iterative shrinkage- thresholding algorithm for linear inverse problems," SIAM journal on imaging sciences, vol. 2, no. 1, pp. 183-202, 2009.

[22] L. Rosasco, A. Verri, M. Santoro, S. Mosci, S. Villa, "Iterative projection methods for structured sparsity regularization," MIT Technical Reports, 2009.

[23] J. Yang, Y. Zhang, "Alternating Direction Algorithms for l1-problems in Compressive Sensing," SIAM journal Science Comput, vol. 33, no. 1, pp. 250–278, 2011.

[Downloaded from joasi.ir on 2026-09-14]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1395.4.2.7.6]