تحلیل تراگسیل صدا از پوسته استوانه‌ایی نامتناهی دو-لایه از مواد مدرج تابعی

علی نوری*[1]، مینا بدلی[2]

۱. دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری

۲. دانشگاه آزاد اسلامی واحد گرمسار

چکیده

در این تحقیق افت تراگسیل صدا از یک پوسته استوانه‌ای دو- لایه ساخته شده از مواد مدرج تابعی با طول نامتناهی که در معرض امواج صفحه‌ای هماهنگ (هارمونیک) واقع شده، و پوسته دارای یک سرعت ثابت در راستای محوری می‌باشد، به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است؛ بدین منظور معادلات ارتعاشاتی پوسته‌های دو- لایه مدرج تابعی در سه راستا با معادلات صوتی هلمهولتز بدست آمده برای شاره داخل و خارج استوانه با هم جفت‌شده و به صورت هم‌زمان حل شده‌اند تا بتوان عامل افت تراگسیل صدا را درکل بازه بسامدی محاسبه نمود. برای حل معادلات از روش اندرکنش مودال استفاده گشته که در این روش همه متغیرها از جمله جابجایی‌های پوسته‌ها و فشارهای صوتی به صورت سری‌های بی‌نهایت بیان می‌گردند، بنابراین همگرایی سری‌ها نیز در این تحقیق مدنظر قرار گرفته و به منظور اعتبارسنجی الگو، نتایج بدست آمده از این تحقیق با نتایج سایر محققین مقایسه شده‌اند. اثر توان نسبت حجمی بر روی سفتی، نسبت حجمی و ضریب کشسانی و چگالی نشان داده شده است، هم‌چنین اثرات توان نسبت حجمی مواد مدرج تابعی و جنس لایه‌ها بر افت تراگسیل صدا مورد بررسی قرار گرفته‌اند. بعلاوه، افت تراگسیل صدای پوسته مدرج تابعی دو- لایه با پوسته مدرج تابعی تک- لایه و پوسته آلومینیومی مقایسه شده‌اند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که در کل بازه بسامدی، افت تراگسیل صدای پوسته‌های دو- لایه مدرج تابعی بالاتر از تک جداره و آلومینیومی می‌باشد.

کلیدواژه‌ها: مواد مدرج تابعی، پوسته استوانه‌ای دو-لایه، افت تراگسیل صدا، فشار صوتی.

۱. مقدمه

مواد مدرج تابعی[1] موسوم به اِف‌جی‌اِم مواد مرکبی (کامپوزیتی) هستند که خواص مکانیکی آن‌ها به صورت یکنواخت و پیوسته از سطحی به سطح دیگر با تغییر پیوسته ترکیبات آن تغییر می‌یابند. این مواد قابلیت تحمل تغییرات شدید دمایی را داشته و به عنوان عایق حرارتی در فضاپیماها، توربوماشین‌ها و صنایع هسته‌ای و شیمیایی کاربردهای زیادی دارند [۱]. مواد مدرج تابعی را می‌توان به صورت پیوسته با تغییر نسبت حجمی آن‌ها تولید کرد. به دلیل تغییرات پیوسته در خواص این مواد نسبت به مواد مرکب، تکینگی تنش و ورقه‌ای شدن لایه‌ها در این‌گونه مواد وجود ندارند [۲]. تغییر ترکیب تدریجی و پیوسته دو ماده مانند فلز و سرامیک باعث کاهش قابل توجه تنش‌های مکانیکی و حرارتی در اجزا سازه‌ای می‌گردد [۳]. مطالعه تراگسیل[2] صدا به داخل پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی بدلیل کاربردهای زیاد این پوسته در صنایع هوافضایی مانند سازه‌های پساکاه (فیرینگ)[3] و بدنه موشک‌ها و هواپیما، صنایع دریایی مانند بدنه زیردریایی‌ها و صنایع دیگر از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار می‌باشد.

اسمیت در سال ۱۹۵۷ به بررسی تراگسیل صدا در پوسته‌های استوانه‌ای پرداخت [۴]. وایت الگویی را برای محاسبه افت تراگسیل[4] صدا به داخل پوسته‌های استوانه‌ای با طول متناهی ارائه نمود و نشان داد که تراگسیل صدا در یک پوسته استوانه‌ای با طول نامتناهی تابعی از بسامد و زاویه بین محور سیلندر با موج عمودی وارد شونده می‌باشد [۵]. کوال از روش مقاومت‌ظاهری مشخصه (امپدانس مشخصه) یک الگوی ریاضی برای

* نویسنده پاسخگو: ali_nori@iust.ac.ir

[1] FGM; Functionally Graded Material

[2] Transmission

[3] Rocket Fairing

[4] Transmission Loss

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

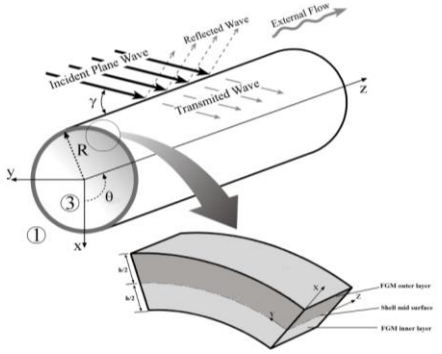
محاسبه افت تراگسیل موج صوتی صفحه‌ای به داخل پوسته استوانه‌ای جدار نازک با طول نامتناهی ارائه کرد و نشان داد که افت تراگسیل صدا تابعی از اثرات انحناء، جریان هوای خارجی و فشار داخلی استوانه می‌باشد و منحنی افت تراگسیل صدا بر حسب بسامد دارای کمترین مقدار در بسامدهای حلقوی[1] و بحرانی می‌باشد [۶]. مسأله تراگسیل صدا در پوسته ساندویچی استوانه‌ای با هسته لانه زنبوری بوسیله تانگ و همکاران مورد مطالعه قرار گرفت [۷]. لی و کیم یک الگوی تحلیلی برای محاسبه انتقال نوفه به داخل یک پوسته استوانه‌ای به طول نامتناهی با استفاده از حل هم‌زمان و جفت نمودن معادلات ارتعاشی پوسته و امواج صوتی توسعه دادند [۸]. در اکثر کارهای انجام‌شده در بالا که جمله‌های فشار و جابجایی پوسته به صورت سری‌های بی‌نهایت نشان داده‌اند، هم‌گرایی سری‌ها مورد بررسی قرار نگرفته است. دانشجو و همکاران یک الگوی تحلیلی برای محاسبه افت تراگسیل صدای پوسته‌های استوانه‌ای مواد مرکبی (کامپوزیتی) ارائه نمودند. آن‌ها هم‌چنین افت تراگسیل صدا را برای پوسته‌های ارتوتروپیک دو جداره محاسبه نمودند [۹-۱۰]. نوری و همکاران افت تراگسیل صدای پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی را به صورت تحلیلی محاسبه نمودند آن‌ها هم‌چنین روی بهینه‌سازی افت انتقال صوتی پوسته‌های استوانه‌ای مدرج تابعی تحقیق نمودند [۱۱-۱۲]. ارشد و همکاران بسامدهای طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای دولایه را به صورت تحلیلی و با استفاده از روش انرژی محاسبه نمودند [۱۳-۱۴]. بررسی‌های انجام‌شده نشان می‌دهد که تاکنون افت تراگسیل صدای پوسته‌های دو- لایه مدرج تابعی مورد بررسی و مطالعه قرار نگرفته است. نوآوری این مقاله استخراج معادلات پوسته دو- لایه مدرج تابعی و جفت نمودن معادلات ارتعاشی پوسته با معادلات صوتی شاره داخل و خارج و محاسبه تراگسیل صدا می‌باشد، که تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است. هم‌چنین مقایسه افت تراگسیل در این نوع پوسته‌ها با پوسته‌های تک جداره مدرج تابعی و آلومینیومی مورد نظر می‌باشد.

[1] Ring frequency

در مقاله حاضر افت تراگسیل صدا از یک پوسته دو- لایه استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی با طول بی‌نهایت که در معرض امواج صفحه‌ای هماهنگ (هارمونیک) واقع شده، مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد؛ پوسته در داخل محیط سیال غوطه‌ور بوده و سیال خارجی با سرعت ثابت از روی آن عبور می‌کند. بدین منظور معادلات تحلیلی با حل هم‌زمان معادلات پوسته ساخته شده از مواد مدرج تابعی در سه راستا براساس معادلات لاو و جفت نمودن آن‌ها با معادلات صوتی بدست آمده و افت تراگسیل صدا بر حسب بسامد محاسبه می‌گردد. به دلیل اینکه جابجایی‌های پوسته و فشارهای صوتی به صورت سری‌های بی‌نهایت بیان می‌گردند، هم‌گرایی سری‌ها نیز در این مقاله مد نظر قرار گرفته است. افت تراگسیل صدای بدست آمده از این تحقیق با نتایج بدست آمده توسط سایر محققین مورد مقایسه قرار گرفته است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که با یکدیگر هم‌خوانی بسیار خوبی دارند. هم‌چنین، اثرات خواص سازه‌ای و شرایط پروازی نظیر عدد ماخ، توان نسبت حجمی مواد مدرج تابعی و جنس پوسته بر افت تراگسیل صدا مورد بررسی قرار گرفته‌اند. هم‌چنین افت تراگسیل صدای پوسته مدرج تابعی دو- لایه با پوسته مدرج تابعی تک- لایه و پوسته آلومینیومی مورد مقایسه قرار گرفته است.

۲. تشریح مسأله

شکل ۱ طرح‌واره مسأله مورد بحث را نشان می‌دهد که در آن یک پوسته استوانه‌ای دو- لایه مدرج تابعی با طول نامتناهی مشاهده می‌شود. چگالی و سرعت صوتی شاره خارج و داخل محفظه به ترتیب (ρ_1, c_1) و (ρ_3, c_3)



شکل ۱ هندسه پوسته استوانه‌ای دو- لایه مدرج تابعی و امواج صوتی.

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

می‌باشند. پوسته با سرعت ثابت V در راستای محور Z حرکت می‌کند و دارای شعاع متوسط R، ضخامت h، چگالی جرمی $\rho_{fgm}^{(1)}$، ضریب پواسون $\nu_{fgm}^{(1)}$ و ضریب کشسانی $E_{fgm}^{(1)}$ برای لایه درونی و چگالی جرمی $\rho_{fgm}^{(2)}$، ضریب پواسون $\nu_{fgm}^{(2)}$ و ضریب کشسانی $E_{fgm}^{(2)}$ برای لایه بیرونی می‌باشد.

مواد مدرج تابعی از ترکیب دو یا چند ماده بدست می‌آیند. V_{fi} نسبت حجمی مواد تشکیل‌دهنده بوده که در راستای ضخامت Z به صورت پیوسته تغییر می‌کند و از رابطه زیر بدست می‌آید [۱]:

$$V_f^{(1)} = \left(\frac{2z+h}{h}\right)^N \quad \text{و} \quad \sum_{j=1}^{k} V_{f_j} = 1, \qquad V_f^{(2)} = \left(\frac{2z}{h}\right)^N \tag{۱}$$

که k نشان‌دهنده تعداد مواد تشکیل‌دهنده ماده مدرج تابعی، N توان نسبت حجمی، $V_f^{(1)}$ و $V_f^{(2)}$ به ترتیب نسبت حجمی برای لایه درونی و بیرونی می‌باشند.

برای لایه درونی:

$$\begin{aligned} E_{fgm}^{(1)} &= (E_2 - E_1)\left(\frac{2z+h}{h}\right)^N + E_1 \\ \rho_{fgm}^{(1)} &= (\rho_2 - \rho_1)\left(\frac{2z+h}{h}\right)^N + \rho_1 \ , \\ \nu_{fgm}^{(1)} &= (\nu_2 - \nu_1)\left(\frac{2z+h}{h}\right)^N + \nu_1 \end{aligned} \tag{۲}$$

برای لایه بیرونی:

$$\begin{aligned} E_{fgm}^{(2)} &= (E_4 - E_3)\left(\frac{2z}{h}\right)^N + E_3 \\ \rho_{fgm}^{(2)} &= (\rho_4 - \rho_3)\left(\frac{2z}{h}\right)^N + \rho_3 \ , \\ \nu_{fgm}^{(2)} &= (\nu_4 - \nu_3)\left(\frac{2z}{h}\right)^N + \nu_3 \end{aligned} \tag{۳}$$

قابل ذکر است که شاخص‌های (اندیس‌های) ۱ و ۲ در هر دو- لایه مربوط به سطوح درونی و شاخص‌های ۳ و ۴ مربوط به سطوح بیرونی پوسته می‌باشند. خصوصیات مواد از ماده ۱ در سطح درونی پوسته استوانه‌ای به ماده ۲ در سطح بیرونی لایه درونی و از ماده ۳ در سطح درونی لایه بیرونی به ماده ۴ در سطح بیرونی لایه بیرونی پوسته استوانه‌ای درونی تغییر می‌کند.

۳. معادلات حاکم بر پوسته

برای یک پوسته استوانه‌ای نازک، شرط تنش صفحه‌ای فرض شده و رابطه ساختاری به شکل زیر داده شده است:

$$\{\sigma\} = [Q]\{e\}, \tag{۴}$$

که {σ} بردار تنش، {e} بردار کرنش و [Q] ماتریس سختی است. بردار تنش و بردار کرنش به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} \{\sigma\}^T &= \{\sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_{x\theta}\} \\ \{e\}^T &= \{e_x, e_\theta, e_{x\theta}\}, \end{aligned} \tag{۵}$$

σ_x, σ_θ به ترتیب تنش در راستاهای x,θ و $\sigma_{x\theta}$ تنش برشی در صفحه xθ می‌باشند؛ همچنین، e_x, e_θ به ترتیب کرنش در جهات x و θ $e_{x\theta}$ کرنش برشی بر روی صفحه xθ هستند. ماتریس‌های سفتی کاهشی یافته برای پوسته درونی و بیرونی به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$[Q]^{(i)} = \begin{pmatrix} Q_{11}^{(i)} & Q_{12}^{(i)} & 0 \\ Q_{12}^{(i)} & Q_{22}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}^{(i)} \end{pmatrix}, \tag{۶}$$

که $[Q]^{(i)}$ ماتریس سفتی کاهش یافته، i=۱ مربوط به لایه درونی و i=۲ مربوط به لایه بیرونی پوسته استوانه‌ای می‌باشند. آرایه‌های ماتریس سفتی کاهش یافته به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} Q_{11}^{(i)} &= Q_{22}^{(i)} = \frac{E_{fgm}^{(i)}}{1-(\nu_{fgm}^{(i)})^2} \\ Q_{12}^{(i)} &= \frac{\nu_{fgm}^{(i)} E_{fgm}^{(i)}}{1-(\nu_{fgm}^{(i)})^2} \ , \\ Q_{66}^{(i)} &= \frac{E_{fgm}^{(i)}}{2(1+\nu_{fgm}^{(i)})} \end{aligned} \tag{۷}$$

طبق نظریه لاو [۹] اجزای بردار کرنش به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_\theta \\ e_{x\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 + zk_1 \\ e_2 + zk_2 \\ \gamma + 2z\tau \end{bmatrix}, \tag{۸}$$

که در آن e_1, e_2, γ کرنش صفحات مرجع هستند و τ، k_1، k_2 انحنای صفحات هستند [۱۳]. کرنش و انحنای صفحات به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} [e_1 \quad e_2 \quad \gamma] &= \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, -\frac{1}{R}\left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w\right), \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial x}{\partial \theta}\right] \\ [k_1 \quad k_2 \quad \tau] &= \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, -\frac{1}{R^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}\right), -\frac{1}{R}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] \end{aligned} \tag{۹}$$

برای یک پوسته استوانه‌ای دو- لایه نازک برآیند نیروها و گشتاورها به صورت زیر تعریف می‌شود:

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]
[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

$$\begin{aligned}\{N_x,\ N_\theta,\ N_{x\theta}\} &= \int_{-h/2}^{0}\{\sigma_x^{(1)},\ \sigma_\theta^{(1)},\ \sigma_{x\theta}^{(1)}\}dz \\ &+\int_{0}^{h/2}\{\sigma_x^{(2)},\ \sigma_\theta^{(2)},\ \sigma_{x\theta}^{(2)}\}dz \quad , \\ \{M_x,\ M_\theta,\ M_{x\theta}\} &= \int_{-h/2}^{0}\{\sigma_x^{(1)},\ \sigma_\theta^{(1)},\ \sigma_{x\theta}^{(1)}\}z\,dz \\ &+\int_{0}^{h/2}\{\sigma_x^{(2)},\ \sigma_\theta^{(2)},\ \sigma_{x\theta}^{(2)}\}zdz\end{aligned} \tag{۱۰}$$

کـه $\sigma_x^{(1)}$، $\sigma_\theta^{(1)}$، $\sigma_{x\theta}^{(1)}$ و $\sigma_x^{(2)}$، $s_q^{(2)}$، $s_{xq}^{(2)}$ بـه ترتیـب تـنش‌هـای پوسته درونی و بیرونی در راستای طولی، محیطی و برشی $x\theta$ می‌باشند. با جای‌گذاری معادلات ۹ و ۳ در معادلـه ۱۱ معادله زیر حاصل می‌شود:

$$[N]=[S][\varepsilon], \tag{۱۱}$$

که ماتریس‌های ستونی $\{N\}$ و $\{\}$ به صـورت زیـر تعریـف می‌شوند:

$$\begin{aligned}[N]^T &= [N_x \quad N_\theta \quad N_{x\theta} \quad M_x \quad M_\theta \quad M_{x\theta}] \\ [\varepsilon]^T &= [e_1 \quad e_2 \quad \gamma \quad k_1 \quad k_2 \quad 2\tau]\end{aligned} \tag{۱۲}$$

و ماتریس [S] به صورت زیر می‌باشد:

$$[S]=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & B_{21} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 & D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}, \tag{۱۳}$$

که D_{ij} (i,j=۱, ۲, ۶)، B_{ij}، A_{ij} سفتی کششی، جفت شـده و خمشی بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۴]:

$$\{A_{ij},B_{ij},D_{ij}\} = \underbrace{\int_{-\frac{h}{2}}^{0} Q_{ij}^{(1)}\{1,z,z^2\}dz}_{\text{inner FGM layer}} + \underbrace{\int_{0}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}^{(2)}\{1,z,z^2\}dz}_{\text{outer FGM layer}}, \tag{۱۴}$$

که [Q] ماتریس سختی کاهش یافته، i=۱ مربوط به لایـه درونی و i=۲ مربـوط بـه لایـه بیرونـی پوسـته اسـتوانه‌ای مـی‌باشـند. معـادلات ارتعاشـاتی پوسـته اسـتوانه‌ای در مختصات استوانه‌ای به صورت زیر نوشـته مـی‌شـود [۱۵-۱۶]:

$$\begin{cases} -\dfrac{N_\theta}{R}+\dfrac{\partial^2 N_x}{\partial x^2}+\dfrac{2}{R}\dfrac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x\partial\theta}+\dfrac{1}{R}\left[\dfrac{1}{R}\dfrac{\partial^2 M_\theta}{\partial\theta^2}+2\dfrac{\partial^2 M_\theta}{\partial x\partial\theta}\right] \\ +q_z=-\overline{M}\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \dfrac{1}{R}\dfrac{\partial N_\theta}{\partial\theta}+\dfrac{\partial N_{x\theta}}{\partial x}+\dfrac{1}{R}\left[\dfrac{1}{R}\dfrac{\partial M_\theta}{\partial\theta}+\dfrac{\partial M_{x\theta}}{\partial z}\right]+q_\theta=-\overline{M}\dfrac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \dfrac{\partial N_x}{\partial x}+\dfrac{1}{R}\dfrac{\partial N_{x\theta}}{\partial\theta}+q_x=-\overline{M}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} \end{cases}, \tag{۱۵}$$

در معادلات بالا q_x و q_θ و q_z به ترتیب نیروهای بیرونی (بر واحد سـطح) در جهـات محـوری، محیطـی، و شـعاعی و t نشـان‌دهنـده متغیـر زمـان مـی‌باشـند، بعـلاوه {u,v,w} جابه‌جایی پوسته به ترتیب در جهات محـوری، محیطـی و شـعاعی، N و M نیروهـا و ممـان‌هـای منتجـه و $\overline{M}$ جـرم پوسته بر واحد سطح هستند.

$$\begin{aligned}\overline{M} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{0}\rho_{fgm}^{(1)}\,dz+\int_{0}^{\frac{h}{2}}\rho_{fgm}^{(2)}\,dz \\ q_z &= P_2^T-\left(P^I+P_1^R\right) \quad , \quad q_x=q_\theta=0\end{aligned} \tag{۱۶}$$

که P^I فشار صوتی برخورد کننده به پوسته، P_1^R فشار مـوج صوتی منعکس شـده از پوسـته و P_2^T فشـار مـوج صـوتی منتقل شده به داخل پوسته می‌باشند.

حرکت ارتعاشی پوسته را می‌تـوان بـا معادلـه لاو توصـیف کرد [۱۵]. معادلات کلاسیک حرکت پوسته‌های نازک، بـه خصوص برای یک پوسته استوانه‌ای، برحسب عبارت‌هـایی از جابجایی پوسته می‌توانند به صـورت زیـر نوشـته شـوند [۱۳-۱۴]:

$$\begin{aligned} &L_{11}(u)+L_{12}(v)+L_{13}(w)=\overline{M}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ &L_{21}(u)+L_{22}(v)+L_{23}(w)=\overline{M}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ &L_{31}(u)+L_{32}(v)+L_{33}(w)+\left(P^I+P_1^R\right) \\ &-P_2^T=-\overline{M}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \end{aligned} \tag{۱۷}$$

ضرایب عملگرهای L_{ij} که پارامترهـای سـختی بـر حسـب جابجایی می‌باشند، را می‌توان از مراجع [۱۵-۱۷] بدسـت آورد.

۳-۱. معادلات ارتعاشات ناشی از امواج صوتی

فشار صوتی در بیرون پوسته بیرونی، برابر با مجموع فشـار موج برخوردی P^I و موج منعکس شده از پوسته بیرونی P_1^R می‌باشد. معادله اویلر برای محیط بیرونی پوسته به صـورت زیر می‌باشد [۱۸]:

$$\frac{\partial(p_I^I+p_I^R)}{\partial r}=-\rho_1\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad \text{at} \quad r=R, \tag{۱۸}$$

w جابجایی پوسته بیرونی در راستای شعاعی می‌باشد. بـا فرض اینکه فضای درونی پوسته کاملاً جاذب است بنابراین در فضای درونی فقط فشار صوتی مـوج منتقـل شـده p_2^T وجود دارد. بنابراین معادله اویلر برای محیط درونی پوسته به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial p_2^T}{\partial r}=-\rho_2\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad \text{at} \quad r=R, \tag{۱۹}$$

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

۳-۲. حل معادلات

موج صفحه‌ای مایل هماهنگ (هارمونیک) با فشار صوتی P^I که از محیط خارج به پوسته استوانه‌ای برخورد می‌نماید، را به صورت زیر می‌توان نشان داد [۱۸].

$$P^I(r,x,\theta,t)=p.\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n(-j)^n J_n(k_{1r}r)\cos n\theta\exp[j(\omega t-k_{1x}x)] \qquad (۲۰)$$
$$n=0,1,2,3,.....,\ j=\sqrt{-1},$$

که k_{1r} و k_{1x} به ترتیب اعداد موج در راستای شعاعی و محوری در محیط بیرونی بوده و از رابطه زیر بدست می‌آیند.

$$k_{1x}=k_1\cos(\gamma_1),\ k_{1r}=k_1\sin(\gamma_1),\ k_1=\frac{\omega}{c_1(1+M\cos(\gamma_1))} \qquad (۲۱)$$
$$k_{1r}=\sqrt{k_1^2-k_{1x}^2}\quad,\quad \varepsilon_n=\begin{cases}1\ (n=0)\\ 2\ (n\geq 1)\end{cases},$$

که ε_n ضریب نیومن، k_1 عدد موج در محیط بیرونی، J_n تابع بسل نوع اول .p دامنه موج برخوردی، ω بسامد زاویه‌ای و $M=(V/c_1)$ عدد ماخ جریان در محیط بیرونی هستند. امواج صوتی منعکس شده از روی پوسته و منتقل شده به داخل آن p_1^R و p_3^T، به صورت زیر بیان می‌گردند:

$$P_1^R(r,x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}p_{1n}^R H_n^2(k_{1r}r)\cos(n\theta)\exp[j(\omega t-k_{1x}x] \qquad (۲۲)$$
$$p_3^T(r,x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}p_{3n}^T H_n^1(k_{3r}r)\cos(n\theta)\exp[j(\omega t-k_{1x}x],$$

که p_{1n}^R دامنه فشار صوتی منعکس شده از پوسته، p_{3n}^T دامنه فشار صوتی منتقل شده به داخل پوسته، H_n^1 و H_n^2 به ترتیب توابع هنکل نوع اول و دوم از مرتبه صحیح n می‌باشند.

چون موج‌های پیش‌رونده در واسطه صوتی و داخل پوسته بوسیله موج برخوردی پیش‌رونده بوجود می‌آیند، عددهای موج (یا سرعت‌های) آن‌ها در جهت z باید با هم مطابقت داشته باشند، بنابراین $k_{1z}=k_{3z}$. عددهای موج در محیط بیرونی و درونی با توجه به معادلات ۲۱ می‌توانند به صورت زیر نوشته شوند:

$$k_{3r}=\sqrt{k_3^2-k_{1z}^2}\ ,\quad k_3=\frac{\omega}{c_3}, \qquad (۲۳)$$

سه مؤلفه جابجایی پوسته به صورت سری‌های بی‌نهایت زیر نوشته می‌شوند:

$$u(x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}u_n\cos(n\theta)\exp\left[j(\omega t-k_{1x}x)\right]$$
$$v(x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}v_n\sin(n\theta)\exp\left[j(\omega t-k_{1x}x)\right] \qquad (۲۴)$$
$$w(x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}w_n\cos(n\theta)\exp\left[j(\omega t-k_{1x}x)\right],$$

که در آن w_n، u_n و v_n به‌ترتیب دامنه مودال جابجایی پوسته در جهات شعاعی، محوری و محیطی مود n می‌باشند. با جای‌گذاری معادلات ۲۰، ۲۲ و ۲۴ در سه معادله مربوط به معادلات حرکت پوسته و دو معادله شرایط مرزی (معادلات ۱۸-۱۹) پنج معادله به دست می‌آید. با حل این پنج معادله پنج مجهول u_n, v_n, w_n, P_{1n}^R, P_{3n}^T برحسب .P به دست خواهند آمد.

۳-۳. افت تراگسیل

افت تراگسیل به صورت نسبت شدت امواج صوتی برخورد کننده به پوسته بیرونی به شدت امواج صوتی وارد شده به پوسته درونی در واحد طول استوانه تعریف می‌گردد [۶-۷]:

$$TL=10\log_{10}\frac{W^I}{W^T}, \qquad (۲۵)$$

که W^T شدت جریان منتقل شده و W^I شدت امواج صوتی برخوردی در واحد طول پوسته می‌باشد. افت تراگسیل صدای پوسته استوانه‌ای دو- لایه از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$TL=-10\log\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{\mathrm{Re}\left\{\begin{matrix}P_{3n}^T H_n^1(k_{3r}R_1)\\ \times(j\omega W_{1n})^*\end{matrix}\right\}\times\rho_1 c_1\pi}{\varepsilon_n\cos(\gamma)P_0^2}\right), \qquad (۲۶)$$

که نمایه‌های $\mathrm{Re}\{.\}$ و * به ترتیب نشان‌دهنده قسمت حقیقی و مزدوج مختلط متغیر می‌باشند.

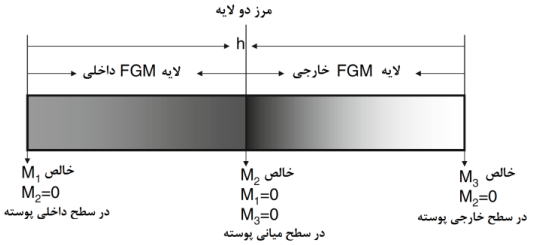
۴. نتایج عددی

برای بدست آوردن نتایج عددی، بدنه هواپیمای جت باریک با شعاع R=۱٫۸۳ m و ضخامت h=۰٫۱۵۹ cm در نظر گرفته شده است، جنس بدنه متشکل از دو- لایه ماده مدرج تابعی می‌باشد؛ که در لایه اول: نیکل در سطح درونی (M_1) و آلومینیوم در سطح بیرونی (M_2) قرار دارند؛ و در لایه دوم: آلومینیوم در سطح درونی (M_2) و زیرکونیا در سطح بیرونی (M_3) قرار دارند (شکل ۲) این دو لایه کاملاً به یکدیگر چسبیده‌اند. شرایط محیط درونی و بیرونی در شرایط سطح دریا در نظر گرفته شده، عدد ماخ جریان بیرونی برابر M=۰ فرض شده است (جدول ۱). در این جدول E ضریب کشسانی، ρ چگالی و υ ضریب پواسون

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

می‌باشند. هم‌چنین زاویه برخورد امواج صوتی برخوردی 45° در نظر گرفته شده‌اند، توان نسبت حجمی نیز برابر N=۲ می‌باشد.



شکل ۲ تغییرات مواد در راستای ضخامت پوسته دو- لایه مدرج تابعی [۱۳].

به منظور شبیه‌سازی عددی، کدی در نرم‌افزار متلب نوشته شده است که در این کد با توجه به داده‌های ورودی، سفتی‌ها و دامنه مودال فشارهای صوتی و جابجایی‌های پوسته محاسبه شده سپس در هر بسامدی بعد از هم‌گرایی سری‌های بی‌نهایت، افت تراگسیل پوسته دو- لایه مدرج تابعی محاسبه می‌گردد.

جدول ۱ خواص محیطی و مکانیکی پوسته دو- لایه [۱۲].

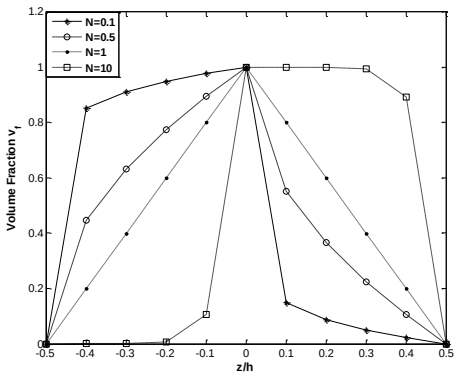
	آلومینیوم	نیکل	زیرکونیا	هوای داخل پوسته	هوای خارج پوسته
ρ (kg/m³)	۲۷۶۰	۸۹۰۰	۵۷۰۰	۱٫۲۱	۱٫۲۱
E(GPa)	۷۲	۲۲۴	۲۴۴	-	-
ν	۰٫۳۳	۰٫۳۴	۰٫۳	-	-
سرعت صوت (متر بر ثانیه)	-	-	-	۳۴۰	۳۴۰

در جدول ۲ سفتی کششی، سفتی جفت‌شده و سفتی خمشی بر حسب توان نسبت حجمی نشان داده شده‌اند. بررسی نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که سفتی خمشی و کششی با افزایش توان نسبت حجمی (N)، کاهش یافته و سفتی جفت‌شده با افزایش توان نسبت حجمی، ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. مقدار بیشینه سفتی جفت‌شده وقتی است که N=۱ باشد.

تغییرات نسبت حجمی و وابستگی ضریب کشسانی و چگالی به توان نسبت حجمی در راستای ضخامت جداره پوسته دو- لایه مدرج تابعی در شکل‌های ۳ الی ۵ نشان داده شده‌اند.

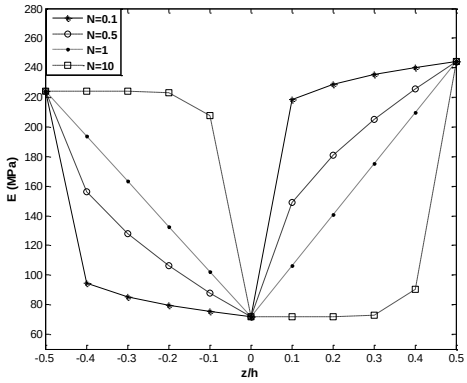
جدول ۲ اثر توان نسبت حجمی بر روی سفتی پوسته دو- لایه مدرج تابعی.

N	۱	۲	۵	۱۵
A_{11}	4.58×10^{8}	4.56×10^{8}	4.55×10^{8}	4.54×10^{8}
A_{12}	1.44×10^{8}	1.43×10^{8}	1.417×10^{8}	1.411×10^{8}
A_{66}	1.57×10^{8}	1.57×10^{8}	1.57×10^{8}	1.566×10^{8}
B_{11}	۱۴۰۶٫۸	۱۴۰۴٫۳	۱۰۰۱٫۶	۴۶۳٫۶
B_{12}	۱۰۳۳٫۶	۱۰۳۰٫۶	۷۳۴٫۴	۳۳۹٫۷۸
B_{66}	۱۸۶۰٫۶	۴۸۶٫۸	۱۳۳٫۶	۱۹۱٫۷۸
D_{11}	۱۵۲٫۶۷۳	۱۵۲٫۳۹۲۳	۱۵۲٫۰۷۰۶	۱۵۱٫۶۸۴
D_{12}	۴۷٫۷۹۳	۴۷٫۶۱۳۵	۴۷٫۴۰۷۳	۴۷٫۱۵۹۸
D_{66}	۵۲٫۳۷۴۶	۵۲٫۳۳۷۳	۵۲٫۲۹۴۶	۵۲٫۲۴۳۳



شکل ۳ تغییرات نسبت حجمی در راستای ضخامت.

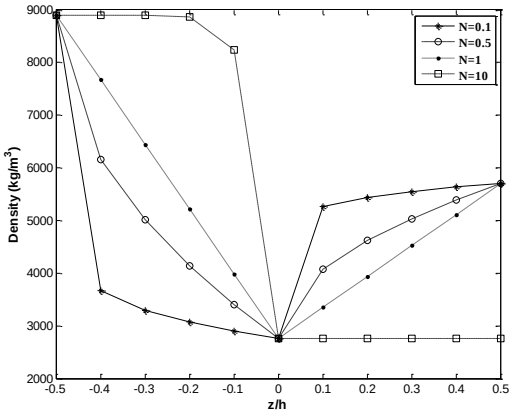
همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، نسبت حجمی از صفر در لایه درونی به ۱ در صفحه میانی و در ناحیه بیرونی لایه بیرونی مجدداً به صفر می‌رسد (شکل ۳). ضریب کشسانی در صفحه میانی دارای کمترین مقدار (آلومینیوم) و در ناحیه بیرونی لایه بیرونی به بیشترین مقدار (زیرکونیا) می‌رسد (شکل ۴).



شکل ۴ تغییرات ضریب کشسانی پوسته دو-لایه مدرج تابعی در راستای ضخامت.

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]
[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

هم‌چنین چگالی دارای بیشترین مقدار در داخل لایه درونی (نیکل) به کمترین مقدار در صفحه میانی (آلومینیوم) می‌رسد (شکل ۵).



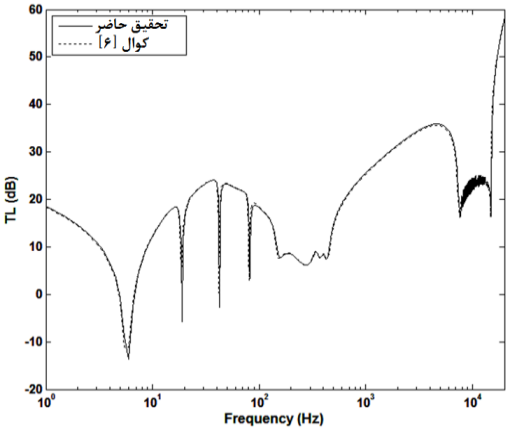
شکل ۵ تغییرات چگالی پوسته دو-لایه مدرج تابعی در راستای ضخامت.

۴-۱. بسامدهای مهم پوسته‌های استوانه‌ای

در مطالعه پوسته‌های استوانه‌ای دو بسامد بسیار مهم و مؤثرند. اولی بسامد حلقوی و دیگری بسامد بحرانی یا هم‌زمان[1] می‌باشند. در بسامد حلقوی طول‌موج طولی در استوانه برابر با طول‌موج محیطی می‌گردد. در بسامد هم‌زمان مؤلفه مماسی سرعت موج در محیط صوتی برابر سرعت موج خمشی پوسته استوانه‌ای می‌گردد در این دو بسامد بیشترین مقدار تراگسیل صدا به داخل پوسته صورت می‌گیرد. ناحیه بسامدی کمتر از بسامد حلقوی، ناحیه سفتی کنترل، ناحیه بسامدی بین بسامد حلقوی و هم‌زمان، ناحیه جرم کنترل و ناحیه بالاتر از بسامد هم‌زمان را ناحیه هم‌زمانی کنترل می‌گویند.

۴-۲. راستی آزمایی الگوی تحلیلی ارائه شده

به منظور راستی آزمایی، نتایج تحلیلی بدست آمده از این تحقیق با نتایج دیگر محققان در حالت خاص مورد مقایسه قرار گرفته‌اند (شکل ۶). بدین ترتیب که جنس دو-لایه درونی و بیرونی آلومینیوم در نظر گرفته شده است و با نتایج مرجع [۶] مورد مقایسه قرار گرفته است. مشاهده نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با هم هم‌خوانی بسیار خوبی دارند. هم‌چنین نتایج بدست آمده و درصد خطای آن‌ها در جدول ۳ نشان داده شده‌اند. مقایسه نتایج، نشان‌دهنده هم‌خوانی بسیار خوب این تحقیق با نتایج دیگر محققین است. بیشترین اختلاف مربوط به نقاط بازآوایشی (رزونانسی) سازه می‌باشد.



شکل۶ مقایسه روش تحلیلی حاضر با نتایج دیگر محققان.

جدول ۳ مقایسه افت تراگسیل بدست آمده این تحقیق با نتایج کوال [۴].

بسامد (هرتز)	افت تراگسیل تحقیق حاضر (دسی‌بل)	افت تراگسیل کوال (دسی‌بل)	درصد خطا
۱۰	۱۲٫۱۶	۱۲٫۲۷	۰٫۸
۲۰	۱۵٫۵۲	۱۶٫۶۴	۶٫۷
۵۰	۲۳٫۲۲	۲۳٫۳۵	۰٫۵
۸۲	۳٫۳۴	۲٫۹۵	۱۳٫۲
۱۰۰	۱۸٫۳۱	۱۸٫۵۶	۱٫۳
۲۰۰	۶٫۱۶	۶٫۶۵	۷٫۳
۵۰۰	۱۴٫۷۲	۱۴٫۲	۳٫۶
۱۰۰۰	۲۵٫۴۸	۲۵٫۲۷	۰٫۸
۲۰۰۰	۳۱٫۴۴	۳۱٫۲۳	۰٫۶
۵۰۰۰	۳۵٫۸۶	۳۵٫۵۵	۰٫۸
۱۰۰۰۰	۲۲	۲۱٫۹۸	۰٫۱
۲۰۰۰۰	۵۷٫۹۴	۵۸٫۱۱	۰٫۳

۴-۳. همگرایی

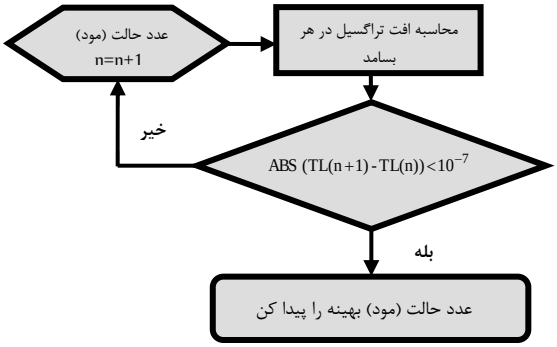
چنانچه در معادلات ۲۱-۲۳ و ۲۵ مشاهده می‌شود، متغیرهای فشار و جابه‌جایی بشکل سری بی‌نهایت نشان داده شده‌است. بنابراین در تحلیل هم‌گرایی، باید از تعداد مودهای کافی استفاده شود. الگوریتم هم‌گرایی در شکل ۷ نشان داده شده است. روند هم‌گرایی برای پوسته دو- لایه

[1] Coincidence frequency

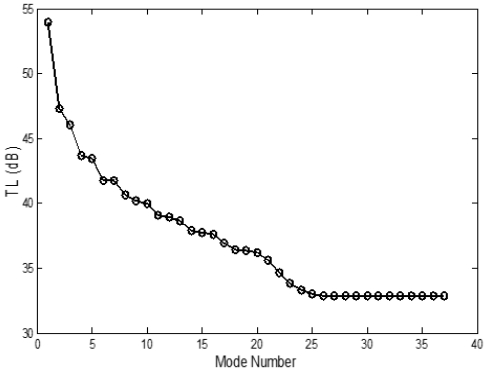
[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

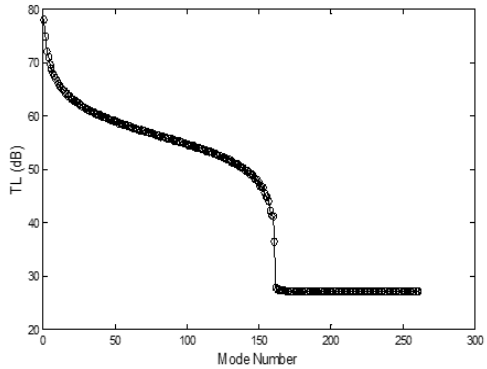
مـدرج تـابعی، در شـکل‌هـای ۸ و ۹ در بسـامدهای ۱ کیلوهرتز و ۱۰ کیلوهرتز نشان داده شـده اسـت. مشـاهده نمودارها نشان می‌دهد که با افزایش بسامد، تعداد مودهای مورد نیاز جهت همگرایی نیز بیشتر می‌گردند.



شکل ۷ الگوریتم هم‌گرایی فرآیند حل مسئله.



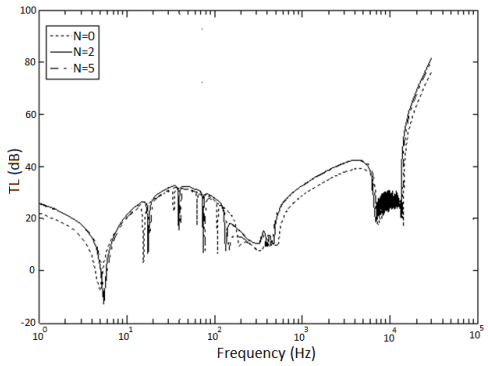
شکل ۸ نمودار هم‌گرایی پوسته مدرج تابعی دو-لایه در بسامد ۱ کیلوهرتز.



شکل ۹ نمودار هم‌گرایی پوسته مدرج تابعی دو-لایه در بسامد ۱۰ کیلوهرتز.

۴-۴. تأثیر توان نسبت حجمی

اثر توان نسبت حجمی بر افت تراگسیل صدا برای سه توان نسـبت حجمـی مختلـف (N = ۰, ۲, ۵) در شـکل ۱۰ نشان داده شده است. مقایسه نمودارها نشان می‌دهـد کـه با کاهش توان نسبت حجمی، افت تراگسیل صدا در ناحیه جرم کنترل کاهش می‌یابد. در صورتی که در ناحیه سفتی کنترل و ناحیه هـم زمـانی کنتـرل، ابتـدا افـزایش سـپس کاهش می‌یابد. با کاهش توان نسبت حجمی، محل بسـامد حلقوی اندکی به سـمت بـالا انتقـال مـی‌یابـد ولـی محـل بسامدهای میانبر و بحرانی تقریباً بـدون تغییـر مـی‌ماننـد. هم‌چنین نتایج بدست آمـده در جـدول ۴ نیـز نشـان داده شده‌اند.



شکل ۱۰ تأثیر توان نسبت حجمی بر افت تراگسیل صدا پوسته دو-لایه مدرج تابعی.

جدول ۴ افت تراگسیل صدا برای توان حجمی‌های مختلف.

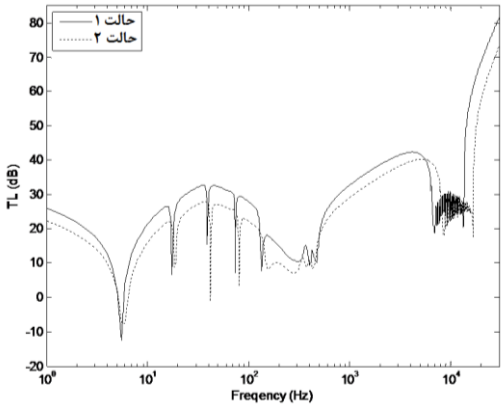
بسامد (هرتز)	N=۰	N=۲	N=۵
۱۰	۲۰٫۴۱	۲۱٫۲۹	۲۰٫۲۵
۵۰	۳۱٫۱۴	۳۲٫۳۱	۳۱٫۳۱
۱۰۰	۲۷٫۶	۲۷٫۸۵	۲۶٫۶۷
۵۰۰	۹٫۵۱	۱۸٫۲۲	۲۰٫۲۲
۱۰۰۰	۲۸٫۷۴	۳۲٫۶۵	۳۲٫۵۴
۲۰۰۰	۳۵٫۰۱	۳۸٫۶۳	۳۸٫۵۲
۳۰۰۰	۳۷٫۷۹	۴۱٫۲۶	۴۱٫۲۸
۵۰۰۰	۳۹٫۰۱	۴۱٫۷۵	۴۲٫۱۴
۱۰۰۰۰	۲۴٫۴۳	۲۳٫۹۹	۲۶٫۵۱
۲۰۰۰۰	۶۳٫۱۸	۶۸٫۷۸	۶۷٫۴۱

۴-۵. اثر تغییر جنس لایه‌ها

برای پوسته دو-لایه دو حالت در نظر گرفته شده و بـا هـم مقایسـه شـده‌انـد. در حالـت اول: لایـه درونـی نیکـل-آلومینیوم و لایه بیرونـی آلومینیـوم - زیرکونیـا بـوده و در حالت دوم: لایه درونی آلومینیوم- زیرکونیا و لایـه بیرونـی نیکل- آلومینیوم می‌باشند. افت تراگسیل صـدا بـرای ایـن

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]
[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

دوحالت با N=۲ در شکل ۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۱۱ تأثیر تغییر جنس لایه‌ها بر افت تراگسیل صدا پوسته دو-لایه مدرج تابعی.

مقایسه دو نمودار شکل ۱۱ نشان می‌دهد که: حالت اول که جنس لایه بیرونی آلومینیوم - زیرکونیا می‌باشد، در کل بازه بسامدی افت تراگسیل صدا بالاتری نسبت به حالت دوم که جنس لایه بیرونی نیکل- آلومینیوم می‌باشد، دارد. این مسئله بسیار مهمی در صنایع هوافضایی بوده که با ثابت ماندن جرم پوسته و ترتیب مناسب قرار گرفتن لایه‌های داخل و خارج پوسته، بتوان افت تراگسیل صدای بالاتری بدست آورد. دلیل بالا بودن افت تراگسیل در حالت اول این است که با تغییر جنس لایه‌های درونی و بیرونی، سفتی آن‌ها نیز تغییر می‌کند در حالی‌که بدلیل جابجایی پوسته درونی و بیرونی، جرم سازه ثابت می‌ماند. نتایج بدست آمده در جدول ۵ نیز نشان داده شده‌اند.

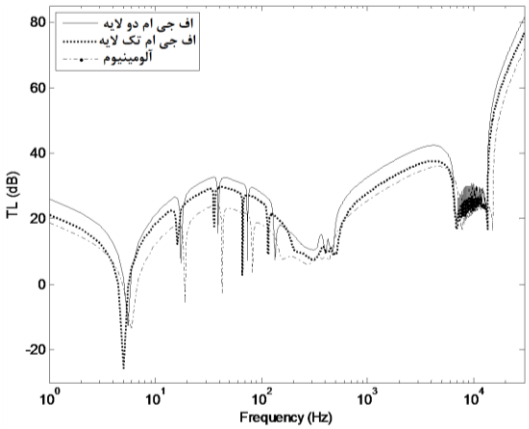
جدول ۵ تأثیر تغییر جنس لایه‌ها بر افت تراگسیل پوسته مدرج تابعی.

بسامد (هرتز)	حالت ۱	حالت ۲
۱۰	۲۱٫۲۹	۱۶٫۸۷
۵۰	۳۲٫۳۱	۲۷٫۰۸
۱۰۰	۲۷٫۸۷	۲۲٫۲۵
۵۰۰	۱۷٫۷۵	۱۷٫۷
۱۰۰۰	۳۲٫۶۵	۲۹٫۰۳
۲۰۰۰	۳۸٫۶۳	۳۵٫۰۸
۳۰۰۰	۴۱٫۲۶	۳۸
۵۰۰۰	۴۱٫۷۵	۴۰٫۲۷
۱۰۰۰۰	۲۳٫۹۹	۲۶٫۶
۲۰۰۰۰	۶۸٫۶۹	۵۷٫۷۱

۴-۶. مقایسه پوسته‌های دو-لایه و تک-لایه مدرج تابعی با پوسته آلومینیومی

به منظور مقایسه افت تراگسیل صدا پوسته دو-لایه مدرج تابعی، تک-لایه مدرج تابعی و پوسته آلومینیومی با شعاع و ضخامت یکسان در شکل ۱۲ مقایسه شده است.

بررسی شکل ۱۲ نشان می‌دهد که افت تراگسیل صدای پوسته دو-لایه در کل بازه بسامدی بالاتر از پوسته تک-لایه است؛ و افت تراگسیل صدای پوسته تک-لایه نیز به نوبه خود در کل بازه بسامدی بالاتر از پوسته آلومینیومی می‌باشد. و این نشان‌دهنده مزیت پوسته مدرج تابعی دو-لایه نسبت به تک-لایه و پوسته آلومینیومی می‌باشد. هم‌چنین نتایج بدست آمده در جدول ۶ نیز نشان داده شده‌اند.



شکل ۱۲ مقایسه افت تراگسیل صدا پوسته مدرج تابعی دو-لایه، تک-لایه و آلومینیومی.

جدول ۶ افت تراگسیل صدای پوسته مدرج تابعی دو-لایه، تک-لایه و آلومینیومی.

بسامد (هرتز)	دولایه مدرج تابعی	تک‌لایه مدرج تابعی	آلومینیوم
۱۰	۲۱٫۲۹	۱۸٫۴۳	۱۲٫۱۶
۵۰	۳۲٫۳۱	۲۹٫۲۶	۲۳٫۲۲
۱۰۰	۲۷٫۸۷	۲۵٫۱۳	۱۸٫۳۱
۵۰۰	۱۸٫۲۲	۹٫۱۷	۱۴٫۷۲
۱۰۰۰	۳۲٫۶۵	۲۷٫۷۷	۲۵٫۴۸
۲۰۰۰	۳۸٫۶۳	۳۳٫۹	۳۱٫۴۴
۳۰۰۰	۴۱٫۲۶	۳۶٫۵۶	۳۴٫۲۳
۵۰۰۰	۴۱٫۷۵	۳۷٫۱۶	۳۵٫۸۶
۱۰۰۰۰	۲۶٫۳۹	۲۶٫۳	۲۲
۲۰۰۰۰	۶۸٫۶۹	۶۳٫۷۵	۵۷٫۹۴

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

۵. بحث

در این تحقیق افت تراگسیل صدا از یک پوسته دو-لایه استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی با طول بی‌نهایت که در معرض امواج صفحه‌ای هماهنگ (هارمونیک) قرار گرفته است، به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت. معادلات ارتعاشی پوسته استوانه‌ای مدرج تابعی با معادلات صوتی شاره داخل و خارج پوسته جفت‌شده و با حل هم‌زمان آن‌ها، افت تراگسیل صدا پوسته محاسبه گردیده است. به منظور اعتبارسنجی، نتایج بدست آمده با نتایج دیگر محققان مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. اثر پارامترهای هندسی مختلف بر روی افت تراگسیل صدا مورد بررسی قرار گرفته است. در پایان افت تراگسیل صدا پوسته‌های استوانه‌ای دو-لایه مدرج تابعی با پوسته‌های تک-لایه و آلومینیومی مقایسه شده است.

۶. نتیجه‌گیری

مهم‌ترین نتایج را به صورت زیر می‌توان خلاصه نمود.

۱- افت تراگسیل صدای بدست‌آمده از این تحقیق در حالت خاص با نتایج محققین دیگر مقایسه شده که باهم هم‌خوانی بسار خوبی دارند.

۲- برای یک پوسته مدرج تابعی دو-لایه با ثابت ماندن جرم پوسته و ترتیب مناسب قرارگیری لایه‌ها می‌توان افت تراگسیل صدای بالاتری بدست آورد.

۴- با افزایش توان نسبت حجمی پوسته ساخته شده از مدرج تابعی، افت تراگسیل صدا در ناحیه سفتی کنترل بیشتر شده اما در بسامدهای بالاتر از بسامد حلقوی باعث افزایش افت تراگسیل صدا می‌گردد.

۵- برای یک پوسته با شعاع و ضخامت یکسان، افت تراگسیل صدای پوسته دو-لایه مدرج تابعی در کل بازه بسامدی بالاتر از یک-لایه مدرج تابعی و پوسته آلومینیومی می‌باشد.

۷. فهرست منابع

[1] C.T. Loy, K.Y. Lam, J.N. Reddy, "Vibration of functionally graded cylindrical shells," International Journal of Mechanical Sciences, vol. 41, pp. 309-324, 1999.

[2] S.C. Pradhana, C.T. Loy, K.Y. Lam, J.N. Reddy. "Vibration characteristics of functionally graded cylindrical shells under various boundary conditions," Applied Acoustics, vol. 61, pp. 111-129, 2000.

[3] M. Simsek, J.N. Reddy, "Bending and vibration of functionally graded micro beams using a new higher order beam theory and the modified couple stress theory," International Journal of Engineering Science, vol. 64, pp. 37-53, 2013.

[4] P.W. Smith, "Sound transmission through thin cylindrical shells," Journal of Acoustical Society of America, vol. 29, pp. 712-729, 1957.

[5] P.H. White, "Sound transmission through a finite, closed, cylindrical shel," Journal of Acoustical Society of America, vol. 40, no. 5, pp. 1124-1130, 1966.

[6] L.R. Koval, "On sound transmission into a thin cylindrical shell under flight conditions," Journal of Sound and Vibration, vol. 48, pp. 265–275, 1976.

[7] Y.Y. Tang, J.H. Robinson, R. J. Silcox, "Sound transmission through a cylindrical sandwich shell with honeycomb core," 34th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit (AIAA-96-0877), pp. 1-10. 1996.

[8] J.H. Lee, J. Kim, "Study on sound transmission characteristics of a cylindrical shell using analytical an experimental models," Applied Acoustic, vol. 64, pp. 611-632, 2003.

[9] K. Daneshjou, A. Nouri, R. Talebitooti, "Sound transmission through laminated composite cylindrical shells using analytical model," Archive of Applied Mechanics, vol. 77, pp. 363-379, 2007.

[10] K. Daneshjou, A. Nouri, R. Talebitooti, "Analytical model of sound transmission through orthotropic double-walled cylindrical shells," Transaction of CSME, pp. 43-66, 2008.

[11] A. Nouri, M. Kazemi Nasrabadi, S. Astarki, "Analytical model of sound transmission through infinitely long thin cylindrical shells made of functionally graded materials (FGMs)," Journal of Acoustical Engineering Society of Iran, vol. 2, no. 1, 2014 (In Persian).

[12] A. Nouri, S. Astaraki, "Optimization of sound transmission loss through a thin functionally graded material cylindrical shell," Shock and Vibration, 2014.

[13] S.H. Arshad, M. Naeem, N. Nawaz, G. Shah, Z. Iqbal, "Vibration analysis of bi-layered FGM cylindrical shells," Archive of Applied Mechanic, vol. 81, pp. 319-343, 2011.

[14] S.H. Arshad, M. Naeem, N. Nawaz, G. Shah, Z. Iqbal, "Vibration of bi-layered cylindrical shells with layers of different materials,"

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 24, no. 3, pp. 805-810, 2010.

[15] J.N. Reddy, "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells, Theory and Analysis," 2nd ed., CRC Press, 2004.

[16] M.S. Qatu, "Vibration of Laminated Shells and Plates," Elsevier Academic Press, 2004.

[17] A. Leissa, "Vibration of Shells," Scientific and Technical Information Center NASA, Washington D.C., 1973.

[18] M.S. Howe, "Acoustics of Fluid-Structure Interaction," Cambridge University Press, 2000.

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]

Journal of Acoustical Engineering Society of Iran, vol. 3, no. 1, 2015

Investigation of sound transmission through bi-layer functionally graded materials infinite cylindrical shell

A. Nouri*[1], M. Badali[2]

1. Aerospace Department, Shahid Sattry Air University
2. Islamic Azad University Garmsar Branch

Abstract

In the present study, transmission loss of a bi-layered Functionally Gradient Materials (FGM) cylindrical shell with infinite length, subjected to a harmonic plane wave with a constant axial airflow in the external fluid medium, is studied analytically. In order to calculate the transmission loss at the whole range of frequency; the vibration equations of bi-layered FGM shells in three directions are coupled with Helmholtz acoustic equations of the internal and external fluid of the shell; and solved simultaneously. Modal interaction approach is used to solve the equations; in this approach all variables such as displacement of shells and acoustic pressure are expressed as infinite series, therefore in this study, convergence of the series also is considered. To check the validity, accuracy and efficiency of the present model, results obtained are compared with the results of other researchers. The effect of power law exponent on shell stiffness, volume fraction, elasticity modulus and density of bi-layered FGM shell is shown. Also the effects of the volume fraction and different materials of layers are investigated on transmission loss. Also, the sound transmission loss of bi-layer FGM shell is compared with one layer FGM and aluminum shells. The result shows in the whole range of frequency the transmission loss of FGM bi-layered shell is better than the other shells.

Keywords: Functionally graded materials, bi-Layered cylindrical shells, Sound transmission, Acoustic pressure.

pp. 26-36 (In Persian)

* Corresponding author E-mail: ali_nori@iust.ac.ir

[Downloaded from joasi.ir on 2026-02-19]

[DOR: 20.1001.1.23455748.1394.3.1.8.8]