

- تحلیل و بررسی انتشار نوافه یک هیدروفویل با استفاده از معادلات ناویه- استوکس، روش‌های کرشef و فوکر- ولیامز و هاکینگز

پرویز قدیمی<sup>\*</sup>، سامان کرمانی

دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیدہ

در مقاله حاضر، محاسبات آوصوئی حاصل از یک آنمازکورق (هیدروفویل) با استفاده از معادلات ناویه-استوکس، روش کرشef و همچنین روش فوکر-ولیامز و هاکینگز، انجام گرفته و این نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند. آنمازکورق (هیدروفویل) این‌ای‌سی‌ای-۰۰۱۲ در محیط آب و عدد رینولدز  $5 \times 10^6$  در نرم‌افزار آنسیس-سی‌اف‌ایکس در هفت زاویه حمله مختلف تحلیل هیدرودینامیکی شده است. برای محاسبات آکوستیکی، برنامه‌ای به نام آکوبی با قابلیت پردازش موازی نوشته شده است. تراز فشار صوتی با استفاده از این روش‌ها در زاویه حمله ۱۰ درجه و برای پنج سطح انترگالی مختلف که به ترتیب در فواصل  $0,076, 0,025, 0,025$  و  $0,01$  از وتر طول کورد از سطح آنمازکورق (هیدروفویل) قرار دارند، استخراج گردید. و با تراز فشار صوتی متعدد حاصل شده از حل ناویه-استوکس مقایسه شده‌اند. در نهایت، با مقایسه حل برای سطوح انترگالی مختلف، سطح انترگالی بهینه برای روش‌های کرشef و همچنین فوکر-ولیامز و هاکینگز، تعیین شدند. از طرفی دیگر، رفتار صوتی فویل در زوایای حمله مذکور ارائه شده‌اند. مشخص گردید که روش فوکر-ولیامز و هاکینگز بدليل در نظر گرفتن رفتارهای غیرخطی فشار، نتایج بهتری را نسبت به روش کرشef به ارمغان می‌آورد.

**کلید واژہ‌ها:** تحلیل آوصوی، آوناک ورق (هیدروفویل)، معادلات ناویه- استوکس، روش کرشوف، روش فوکر- ویلیامز- هاکینگز.

بررسی برای انتشار نوافه بسیار بزرگ می‌باشد، شبکه‌بندی دامنه محاسباتی و حل معادلات ناویه-استوکس بسیار پیچیده و گاهی غیرممکن می‌شود. به همین علت حل‌های تخمینی نوافه در دور دست با روی کردهای مختلف برای حل معادله موج ارائه شدند. مبنای تحلیل‌های تخمینی به این صورت است که معادلات ناویه-استوکس حول جسم حل می‌گردند و توزیع فشار و سرعت در نزدیکی جسم محاسبه می‌شوند. سپس با حل معادله موج بر روی یک صفحه حول جسم، موج فشار در اطراف جسم و تراز فشار صوتی، د. دو، دست تخمین؛ ۵۵ مم شود.

در زمینه صوتیات محاسباتی، لایتهیل در سال ۱۹۵۲ بازنویسی معادلات تکانه (اندازه حرکت- ممنتم) و پیوستگی و دسته‌بندی قسمت‌های غیرخطی معادلات، اولین گام را برداشت [۱]. سپس، نظریه لایتهیل توسط فوکر- ولیامز و هاکینگز در سال ۱۹۶۹ توسعه داده شد و چشمهدای صوتی در معادله به سه دسته تک قطبی، دو قطبی، و جهار قطبی تقسیم شدند [۳-۲].

۱. مقدمه

با توجه به اهمیت موضوع نوفه، تخمین آن برای اجسام متحرک، در محیط‌های هوایی و دریابی دارای اهمیت ویژه‌ای است. روش‌های اندازه‌گیری نوفه را می‌توان به دو گروه عمده تقسیم کرد: ۱. انجام آزمایش، ۲. حل عددی. روش اول مستلزم هزینه‌های بسیار زیادی است و تنها زمانی که روش دوم پاسخگو نیست، از آن استفاده می‌گردد. در حل عددی، روی کردهای متفاوتی ارائه شده‌اند، این روی کردها را می‌توان به دو دسته حل معادلات ناویه-استوکس و حل معادله موج تقسیم نمود. بطور کلی نوفه حاصل از حرکت اجسام، همان تغییرات فشاری هستند که بر اثر جابجایی، چرخش و تغییرات آنتروپی و چگالی سیال ایجاد می‌گردند، به همین دلیل، دقیق‌ترین روش در حل‌های عددی، حل معادلات ناویه-استوکس می‌باشد. در این روش، معادلات حرکت سیال به صورت کامل حل می‌شوند و در نتیجه تغییرات فشار به صورت دقیق، محاسبه می‌گردند. به علت اینکه دامنه محدود است،

\* pghadimi@aut.ac.ir

تنها در صورتی که سطح انتگرالی آن در محدوده خطی قرار گیرد، می‌تواند تا حدی نتایج قابل اطمینانی بددست دهد و بطور کلی روش کرشیف به محل قرارگیری سطح انتگرالی بسیار حساس می‌باشد. در همان سال، گلورفلت و همکارانش نوافه پدیده کواکزیابی را در هوا با سه روش حل معادلات ناویه-استوکس، الگوی کرشیف و فوکز-ویلیامز و هاکینگز مطالعه کرده و نتایج خود را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند [۱۰]. در این پژوهش، مشخص گردید حل معادلات ناویه-استوکس بهترین روش برای تحلیل فشار صوتی می‌باشد و پس از آن به ترتیب الگوی فوکز-ویلیامز و هاکینگز و کرشیف قرار دارد. علت برتری الگوی فوکز-ویلیامز و هاکینگز در نظر گرفتن چشمehای غیرخطی می‌باشد.

لایرینتیزیس در سال ۲۰۰۲ در پژوهشی، به بررسی روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی برای فاصله نزدیک و روش‌های انتگرالی برای دور دست پرداخت [۱۱]. یکی از نکات مهمی که لایرینتیزیس به آن اشاره کرده، ناکارآمد بودن روش کرشیف در پدیده‌های غیرخطی می‌باشد. وی نشان داد که اگر صفحه انتگرالی حول جسم در محدوده غیرخطی قرار گیرد، نتایج به کلی اشتباه خواهند بود. لاکارد و همکارانش در سال ۲۰۰۵ الگوی فوکز-ویلیامز و هاکینگز را بر روی صفحه‌های انتگرالی مختلف و مقادیر چشمehای تکقطبی و دوقطبی حول سیلندر دایروی در عدد ماخ کمتر از ۰.۲ در هوا و در حالت دو-بعدی و سه-بعدی مورد مطالعه قرار داده و نشان دادند که در عدد رینولدز کمتر از ۱۰۰۰، معادلات فوکز-ویلیامز و هاکینگز حساسیت چندانی به فاصله صفحه انتگرالی از جسم ندارند [۱۲].

در سال ۲۰۰۷، گرچنر و همکارانش یک سیلندر دایروی را در یک مقابل مقطع نازک‌ورق (فویل) شکل قرار دادند به طوری که نازک‌ورق (فویل) در معرض ریزش گردابهای<sup>۲</sup> سیلندر قرار گیرد [۱۳]. در این پژوهش، ابتدا آئرودینامیک مسئله با حل معادلات ناویه-استوکس صورت پذیرفت و سپس با حل معادلات فوکز-ویلیامز و هاکینگز تراز فشار صوتی حاصل از فویل در دور دست محاسبه شد. گرچنر و همکارانش در انتها به این نتیجه

در سال ۱۹۸۸، فرات و مایرز، نظریه کرشیف را که در سال ۱۸۸۲ برای انتشار امواج بر قاعده مغناطیس (الکترومغناطیس) ارائه شده بود، برای انتشار صدا مورد استفاده قرار دادند [۴]. اتسی و همکارانش در سال ۱۹۹۰ مؤلفه‌هایی مانند ضخامت، جریان غیریکنواخت و زاویه حمله را برای انتشار صدا مقطع نازک‌ورق (فویل) ژوکوفسکی در هوا و عدد ماخ پایین مورد مطالعه قرار دادند [۵]. اتسی و همکارانش برای تحلیل صدای منتشر شده، از الگوی کرشیف استفاده کردند و در نهایت به این نتیجه رسیدند که نتایج روش کرشیف، برای پدیده‌های غیرخطی دارای خطای زیادی می‌باشد. در ادامه اوزیوروک و همکارانش در سال ۱۹۹۴ در مقاله‌ای به تزویج روش ناویه-استوکس و کرشیف برای تحلیل‌های دور دست پرداختند [۶]. سپس، اوزیوروک در پژوهه دکتری خود در سال ۱۹۹۵ برای پنکه دارای مجرما (فن داکت‌دار) از حل معادلات ناویه-استوکس با روش حجم متناهی برای تحلیل آئرودینامیک و الگوی کرشیف برای تحلیل صدای منتشره، استفاده نمود و تحلیل‌های متفاوتی را برای پنکه دارای مجرما (فن‌های دارای داکت) ارائه داد [۷]. در سال ۲۰۰۰، سینگر و همکارانش مطالعاتی بر روی نوافه حاصل از سیلندر دایروی و لبه انتهایی نازک‌ورق (فویل) انجام دادند [۸]. این تحقیق در هوا و در عدد رینولدز کمتر از ۱۰۰۰ صورت پذیرفت. همچنین، برای بررسی تراز فشار صوتی از الگوی فوکز-ویلیامز و هاکینگز استفاده گردید و مشخص شد که نوافه حاصل از مقاطع نازک‌ورق (فویل) شکل بستگی خیلی زیادی به هندسه لبه انتهایی دارد. در ادامه تحقیقات سینگر، مانوها و همکاران در سال ۲۰۰۱، انتشار نوافه یک فویل سه-بعدی را به سه روش إل‌ای‌اس<sup>۱</sup>، کرشیف و فوکز-ویلیامز و هاکینگز بررسی کردند [۹]. در این مقاله، مشخص گردید که روش إل‌ای‌اس یکی از دقیق‌ترین راه‌ها برای محاسبه نوافه می‌باشد. اما این روش برای تخمین نوافه در دور دست بسیار هزینه‌بر است. در عین حال، مشخص شد که در میان روش‌های انتگرالی، روش فوکز-ویلیامز و هاکینگز بیشترین هم‌خوانی نتایج را با روش إل‌ای‌اس دارد. مؤلفین این نکته را نیز مشخص نمودند که روش کرشیف

<sup>2</sup> Vortex shedding

<sup>1</sup> LES; Large Eddy Simulation

**۱-۲. نظریه هیدرودینامیک**  
 بطور کلی، برای حل مسائل هیدرودینامیک دو روی کرد وجود دارند. روی کرد اول نظریه پتانسیل است که در آن سیال با فرض غیرلزج و غیرچرخشی بودن، مورد تحلیل قرار می‌گیرد. روی کرد دوم حل معادلات ناویه-استوکس می‌باشد. معادلات ناویه-استوکس در برگیرنده تمامی حالات یک سیال می‌باشند و شامل معادله پیوستگی (معادله ۱)، معادلات تکانه (اندازه حرکت) (معادله ۲) و معادله انرژی (معادله ۳) هستند.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = . \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} = v \Delta u_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + u_j \frac{\partial E}{\partial x_j} = \phi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

در معادلات بالا،  $\Delta$  عملگر لاپلاسین،  $E$  انرژی در واحد جرم،  $v$  لزجت جنبشی  $k$  ضریب انتقال حرارت،  $T$  دما و  $\phi$  به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\phi = v \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

روش‌های مختلفی برای حل این معادلات وجود دارند. یکی از دقیق‌ترین روش‌ها که برای مسائل پیچیده کاربرد فراوانی دارد، روش حجم متناهی است. به همین منظور، در این تحقیق برای تحلیل هیدرودینامیکی از حل گر آنسیس-سی‌اف‌ایکس<sup>۲</sup> استفاده شده است. این حل گر ناویه-استوکس، علاوه بر استفاده از روش حجم متناهی،<sup>۳</sup> گزینه‌های متنوعی برای اعمال روش‌های تلاطمی (توربولانسی) نیز دارد. در اینجا از روش k-e استفاده شده است.

پس از حل هیدرودینامیکی مسئله، می‌بایست تحلیل آوصوتی صورت پذیرد که در بخش بعدی به تشریح معادلات حاکم آن پرداخته می‌شود.

## ۲-۲. نظریه‌های انتشار صدا

برای تحلیل آوصوتی این مسئله، از سه روش ناویه-استوکس، کرشف و فوکز-ولیامز و هاکینگز استفاده شده است. برای حل ناویه-استوکس از نرم‌افزار آنسیس-

رسیدند که معادلات فوکز-ولیامز و هاکینگز، الگوی دقیقی برای پیش‌بینی نویه پدیده‌های غیرخطی می‌باشد. ژانگ و همکارانش در سال ۲۰۱۰ نویه پدیده کواکزاوی را مورد بررسی قرار دادند. برای این بررسی از تزویج دو روش ای‌اس برای آئورودینامیک و فوکز-ولیامز و هاکینگز برای صوتیات استفاده کردند و بسامد نویه و تراز فشار صوتی را در حالات مختلف استخراج نمودند [۱۴]. برای اعتبارسنجی نتایج نیز از یک نمونه آزمایشگاهی استفاده کردند و نشان دادند که الگوی فوکز-ولیامز و هاکینگز هم خوانی مناسبی با آن دارد.

در تحقیق حاضر، ابتدا مقطع آونازکورق (هیدروفویل) انای‌سی‌ای-۱۲۰۰ در زوایای حمله مختلف، در عدد رینولدز  $5 \times 10^6$  و عدد ماخ  $0.033$  در آب مورد تحلیل هیدرودینامیکی قرار گرفته و سپس ترا فشار صوتی در زاویه حمله  $10^\circ$  درجه با روش‌های ناویه-استوکس، کرشف و فوکز-ولیامز و هاکینگز محاسبه شده است. در این تحلیل‌ها، سطوح انتگرال گیری در فواصل  $0.01$ ،  $0.025$  و  $0.076$  برابر طول کورد از سطح آونازکورق (هیدروفویل) مورد استفاده قرار گرفت و در انتهای، نتایج روش‌های کرشف و فوکز-ولیامز و هاکینگز با حل ناویه-استوکس مقایسه شدند و بهترین سطح انتگرال گیری برای هر روش انتخاب شد.

در ادامه، ابتدا نظریه‌ها و معادلات حاکم بر مسئله مطرح می‌گردند، سپس، به انجام تحلیل‌های آوصوتی پرداخته می‌شود.

## ۲. نظریه‌های حاکم

همان‌طور که در بخش قبل ذکر شد، عموماً روش‌های تخمینی آوصوتی دارای دو مرحله هستند: تحلیل هیدرودینامیکی و تحلیل صوتی. در مرحله اول توزیع فشار و سرعت بر روی صفحه انتگرالی مورد نظر حول جسم استخراج می‌گردند، سپس، توسط روش‌های تخمینی نویه، تراز فشار صوتی در دور دست محاسبه می‌شود. در این بخش، روش‌های مورد استفاده در زمینه هیدرودینامیک و انتشار صدا تشریح می‌شوند.

<sup>2</sup> Ansys-CFX

<sup>3</sup> Finite volume

<sup>1</sup> NACA-0012

$$\tau = t - \frac{r(\tau)}{c_\infty}$$

در این روابط،  $\bar{M}$  بردار عدد ماخ است که از تقسیم مؤلفه‌های سرعت بر سرعت صدا در محیط بدست می‌آید،  $\tau$  زمان چشمۀ نویه،  $\hat{\theta}$  مختصات صفحه چشمۀ ها (سطح کرشیف)،  $\hat{n}$  بردار عمود عناصر (المان‌های) صفحه چشمۀ ها،  $c_\infty$  سرعت صدا در سیال،  $\hat{r}$  بردار واصل بین هر چشمۀ تا ناظر و  $\theta$  زاویه بین  $\hat{r}$  و  $\hat{n}$  می‌باشد.

## ۲-۲. روش فوکز-ولیامز و هاکینگز

رونده این روش نیز مانند روش کرشیف بوده و معادله حاکم، معادله موج می‌باشد، با این تفاوت که در سمت راست معادله سه چشمۀ غیرخطی ظاهر می‌گردند.

$$\boxed{\square} c^\gamma \rho'(x, t) = \frac{\partial^\gamma}{\partial x_i \partial x_j} [T_{ij} H(f)] - \frac{\partial}{\partial x_i} [L_i \delta(f)] + \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_0 U_n) \delta(f)] \quad (7)$$

در معادله فوق،  $\square^\gamma \equiv \left( \frac{1}{c^\gamma} \right) \frac{\partial^\gamma}{\partial t^\gamma}$  عملگر موج،  $c$  سرعت صدا،  $t$  زمان ناظر،  $\rho'$  تغییرات چگالی و  $\rho$  چگالی ثانویه می‌باشد. همچنین،  $f$  مشخص‌کننده دامنه اطراف جسم و  $H(f)$  معروف محل قرارگیری صفحه انتگرال‌گیری هستند. اضافه بر اینکه،  $\delta(f)$  و  $\delta(f)H(f)$  به ترتیب نشان‌دهنده توابع دلتای دیراک و هویساید هستند.

متغیرهای  $L_i$  و  $U_i$  به قرار زیر می‌باشد:

$$U_i = \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right) v_i + \frac{\rho u_i}{\rho_*} \quad (8)$$

$$L_i = P_{ij} \hat{n}_j + \rho u_i (u_n - v_n) \quad (9)$$

در این روابط،  $\rho$  چگالی کل،  $\rho u_i$  تکانه (اندازه حرکت) سیال،  $v_i$  سرعت سطح انتگرالی و  $\hat{n}_j$  بردار عمودی عناصر (المان) سطح انتگرالی می‌باشد. همچنین،  $p'$  تغییرات فشار و  $\delta_{ij}$  تابع کرونکر دلتا هستند. معادلات فوق به علت نامتراکم بودن آب، ساده گردیده و به صورت زیر نوشته خواهند شد:

$$U_i = u_i \quad (10)$$

$$L_i = P_{ij} \hat{n}_j \quad (11)$$

حل انتگرالی معادله ۷ برای فشار صوتی ( $p' = c^\gamma \rho'$ )، به قرار زیر می‌باشد:

سی‌ایکس و برای حل دو روش دیگر، نرم‌افزاری در این زمینه به نام آکوبی<sup>۱</sup> در نرم‌افزار رایانه‌ای کامپیوترا پایتون نوشته شده است. این نرم‌افزار قابلیت استفاده از دو روش کرشیف و فوکز-ولیامز و هاکینگز را دارد و به علت اینکه حجم محاسبات در مسائل آصواتی بالا است، به این برنامه قابلیت پردازش موازی نیز اضافه گردیده و می‌تواند با دقت و سرعت بالایی مسائل انتشار صدا در زیر آب را مورد بررسی قرار دهد.

## ۲-۲-۱. روش کرشیف

در این روش، ابتدا یک سطح بسته حول جسم مورد مطالعه در نظر گرفته می‌شود. پس از حل معادلات ناویر-استوکس در گام‌های زمانی کوچک و در درون این سطح بسته، متغیرهای فشار، شب (گرادیان) فشار و سرعت در گام‌های زمانی مختلف بر روی سطح مشخص می‌گردند. با در اختیار داشتن این اطلاعات و با استفاده ازتابع گرین، انتگرال معادله همگن موج صوتی حل و فشار صوتی در نقاط دور دست محاسبه خواهد شد.

معادله موج صوتی همگن به قرار زیر می‌باشد:

$$\nabla^\gamma p(x, t) - \frac{1}{c^\gamma} \frac{\partial^\gamma}{\partial t^\gamma} p(x, t) = . \quad (5)$$

با در نظر گرفتن تابع گرین برای فضای سه-بعدی، انتگرال معادله بالا برای اجسام متحرک به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$4\pi p'(x, t) = \iint_S \left[ \frac{E_\gamma}{r(1 - M_r)} \right]_\tau dS + \iint_S \left[ \frac{p'E_\gamma}{r^\gamma(1 - M_r)} \right]_\tau dS \quad (6)$$

که در آن

$$r = |\vec{r}|, \quad \vec{r} = \vec{x} - \vec{y}(\tau), \quad M_r = M \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$E_\gamma = -\hat{n} \cdot \nabla p' + (\vec{M} \cdot \hat{n})(\vec{M} \cdot \nabla p')$$

$$+ \left[ \frac{\cos\theta - \vec{M} \cdot \hat{n}}{c_\infty(1 - M_r)} - \frac{\vec{M} \cdot \hat{n}}{c_\infty} \right] \frac{\partial p'}{\partial \tau}$$

$$E_\gamma = \frac{1 - M^\gamma}{(1 - M_r)} (\cos\theta - \vec{M} \cdot \hat{n})$$

<sup>1</sup> AcoPy

### ۱-۳. تحلیل هیدرودینامیک

برای تحلیل هیدرودینامیک، از مقطع  $\text{إن إس إي}$  متقارن استفاده شده است، که فرمول مقطع آن در ذیل بیان گردیده است.

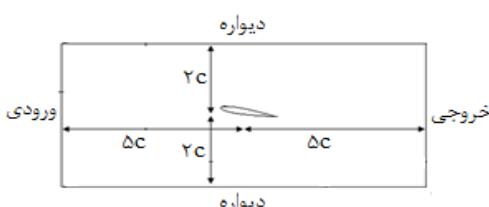
$$y = \frac{t}{c} c \left[ -0.2969 \sqrt{\frac{x}{c}} - 0.126 \left( \frac{x}{c} \right)^2 - 0.3516 \left( \frac{x}{c} \right)^3 + 0.2843 \left( \frac{x}{c} \right)^4 - 0.1015 \left( \frac{x}{c} \right)^5 \right] \quad (15)$$

در رابطه فوق،  $t$  طول وتر و  $x, y$  مختصات دکارتی می‌باشند. طول وتر مطالعه در این مقاله  $0.1$  متر در نظر گرفته شده است. هندسه مقطع آونازکورق (هیدروفویل)  $\text{إن إس إي}-12$  در شکل ۱ قابل مشاهده می‌باشد.



شکل ۱ هندسه مقطع آونازکورق (هیدروفویل)  $\text{إن إس إي}-12$ .

همان‌گونه که در بخش قبل اشاره شد، برای تحلیل‌های هیدرودینامیکی از نرم‌افزار آنسیس-سی‌افایکس استفاده شده است. شرایط مرزی که برای الگوسازی در نظر گرفته شده، در شکل ۲ ارائه گردیده‌اند. آونازکورق (هیدروفویل) در آب و در عدد رینولدز  $5 \times 10^6$  و عدد ماخ  $0.33$ ، مورد مطالعه قرار گرفته است.



شکل ۲ الگوسازی دامنه محاسباتی و شرایط مرزی در آنسیس-سی‌افایکس.

برای الگوسازی دامنه محاسباتی، فاصله آونازکورق (هیدروفویل) از ابتدا و انتهای پنج برابر طول وتر و از بالا و پایین دو برابر طول وتر در نظر گرفته شده است. تحلیل‌های هیدرودینامیکی در هفت زاویه حمله مختلف از

$$p'(\vec{x}, t) = p'_T(\vec{x}, t) + p'_L(\vec{x}, t) + p'_Q(\vec{x}, t) \quad (12)$$

که در آن

$$\begin{aligned} & 4\pi p'_T(\vec{x}, t) \\ &= \int_S \left[ \frac{\rho \cdot (\dot{U}_n + U_{n'})}{r(1-M_r)} \right]_{ret} dS \\ &+ \int_S \left[ \frac{\rho \cdot u_n (r\dot{M}_r + c(M_r - M'))}{r'(1-M_r)} \right]_{ret} dS \\ & 4\pi p'_L(\vec{x}, t) \\ &= \frac{1}{c} \int_S \left[ \frac{\dot{L}_r}{r(1-M_r)} \right]_{ret} dS \\ &+ \int_S \left[ \frac{L_r - L_M}{r'(1-M_r)} \right]_{ret} dS \\ &+ \frac{1}{c} \int_S \left[ \frac{L_r (r\dot{M}_r + c(M_r + M'))}{r'(1-M_r)} \right]_{ret} dS \end{aligned} \quad (13)$$

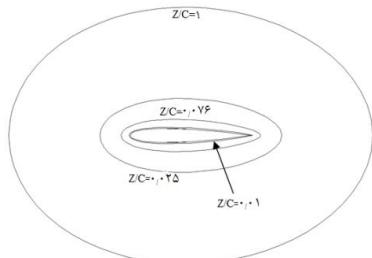
عبارت  $p'_Q$  بیانگر چشمۀ چهار قطبی می‌باشد. این چشمۀ در اعداد ماخ پایین تأثیر بسیار کمی خواهد داشت، به همین منظور از محاسبۀ آن صرف نظر می‌گردد. پس از محاسبۀ فشار صوتی از هر دو روش، تراز فشار صوتی از فرمول  $14$  محاسبه می‌گردد.

$$SPL = 20 \cdot \log \left( \frac{p'}{10e^{-6}} \right) \quad (14)$$

در این بخش، نظریه‌های حاکم بر مسائل هیدرودینامیک و آوصوتی بیان گردیدند. در قسمت بعد، به طرح مسئله مورد بررسی در این مقاله پرداخته می‌شود.

### ۳. تعریف مسئله

همان‌طور که در بخش‌های قبل ذکر شد، مسئله تحلیل تراز فشار صوتی آونازکورق (هیدروفویل) به دو بخش تقسیم می‌گردد، ابتدا تحلیل هیدرودینامیک و سپس تحلیل آوصوتی. در این بخش، شرایط تحلیل و استخراج نتایج هیدرودینامیک و آوصوتی برای آونازکورق (هیدروفویل)  $\text{إن إس إي}-12$  تشریح می‌گردد.



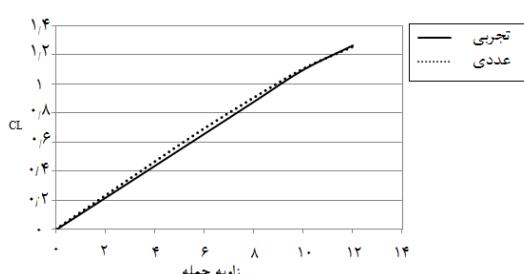
شکل ۳ سطوح انتگرالی حول آونازکورق (هیدروفویل).

#### ۴. تحلیل و بررسی نتایج

نتایج استخراج شده نیز در این بخش شامل دو بخش هیدرودینامیک و آصوتی می‌باشند. ابتدا در بخش اول، اعتبارسنجی هیدرودینامیکی با نتایج آزمایشگاهی بررسی گردید. سپس، در بخش دوم، دقت تحلیل‌های روش‌های انتگرالی ذکر شده با تراز فشار صوتی حاصل از معادلات ناویه-استوکس، مقایسه شده‌اند.

#### ۴-۱. نتایج هیدرودینامیک

تحلیل‌های هیدرودینامیکی برای آونازکورق (هیدروفویل) ان‌ای‌سی‌ای-۰۰۱۲ در هفت زاویه حمله از ۰ تا ۱۲ درجه با گام ۲ درجه صورت پذیرفته و ضرایب برا با نتایج آزمایشگاهی اعتبارسنجی شدند. همان‌طور که در نمودار شکل ۴ مشخص است، نتایج کار عددی و آزمایشگاهی [۱۵] دارای همخوانی بسیار خوبی هستند و ریشه میانگین مربعات<sup>۱</sup> خطاهای در حدود ۱ درصد می‌باشند.



شکل ۴ نمودار ضرایب برا (لیفت) در زوایای حمله مختلف و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی.

همچنین، در شکل ۵، نمونه‌ای از توزیع فشار حول آونازکورق (هیدروفویل) در زاویه حمله ۱۰ درجه، نشان داده شده است.

۰ تا ۱۲ درجه با گام ۲ درجه صورت پذیرفته و ضرایب برا (لیفت) آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردیده‌اند. پس از انجام تحلیل‌های هیدرودینامیکی، به حل معادلات آصوتی پرداخته می‌شود.

#### ۲-۳. تحلیل آصوتی

در بخش تشریح نظریه‌ها ذکر گردید که در حل روش‌های انتگرالی کرشف و فوکر-ولیامز و هاکینگز، ابتدا توزیع فشار و سرعت بر روی سطح اطراف جسم استخراج می‌گردد. سپس، نتایج هیدرودینامیکی در معادلات انتگرالی جایگزین می‌شوند و تراز فشار صوتی در ناظرهای مختلف محاسبه می‌گردد.

در این مقاله تحلیل‌های آصوتی برای آونازکورق (هیدروفویل) [۱۶] در زاویه حمله ۰۰۱۲ درجه با دو روش کرشف و فوکر-ولیامز و هاکینگز در پنج سطح انتگرال‌گیری متفاوت انجام شده‌اند. نسبت  $Z/C$ ، بیانگر فاصله سطح انتگرالی نشان داده شده‌اند. نسبت به طول وتر می‌باشد. هر یک از این تحلیل‌ها، برای ناظرهای دایره‌ای به شعاع ۱۸ سانتی‌متر حول آونازکورق (هیدروفویل) و برای ۳۶۰ ناظر بررسی گردیده‌اند. فهرست مجموعه تحلیل‌ها در جدول ۱ نشان داده شده‌اند.

جدول ۱ فهرست تحلیل‌های آصوتی برای هر روش.

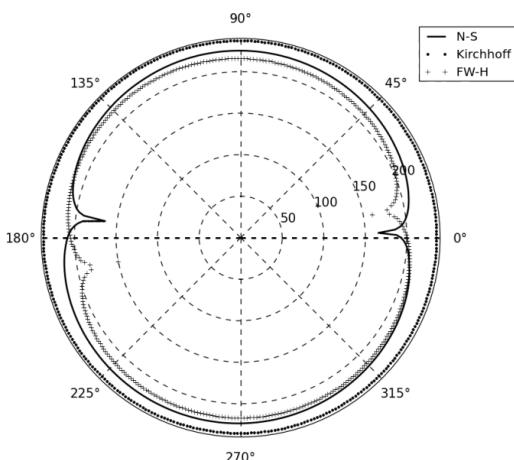
$Z/C$	تعداد ناظرهای تحلیل‌ها
۰	۳۶۰
۰.۰۱	۳۶۰
۰.۰۷۶	۳۶۰
۰.۲۵	۳۶۰
۱.۰	۳۶۰

پس از تحلیل با هر یک از روش‌های مذکور، نتایج با تراز فشار صوتی حاصل از ناویه-استوکس مقایسه و میزان خطای هر یک از حالات بررسی شدند. همچنین، در پایان کارآیی دو روش کرشف و فوکر-ولیامز و هاکینگز با بدیگر مقایسه شده‌اند. در بخش بعد، به استخراج نتایجی در شرایطی که در این قسمت تشریح گردیدند، پرداخته می‌شود.

<sup>۱</sup> Root Mean Square

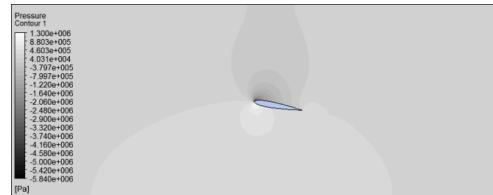
در این حالت، ریشه میانگین مربعات خطای روش کرشف ۴/۳۴ درصد و برای روش فوکز-ولیامز و هاکینگز ۵/۷۳ درصد می‌باشد. همان‌طور که در بخش‌های پیشین اشاره شد، به علت اینکه در روش کرشف معادله موج همگن حل می‌گردد، این روش قابلیت پیش‌بینی رفتارهای غیرخطی را ندارد و این موضوع در شکل ۶ کاملاً مشهود است. برای حالت بعد، صفحه انتگرال‌گیری به میزان ۰/۰۱ طول وتر از آونازکورق (هیدروفویل) فاصله گرفته و تحلیل‌ها بر روی آن انجام گرفته است.

با توجه به شکل ۷، ریشه میانگین مربعات برای روش کرشف ۱۰/۰۲ درصد و برای روش فوکز-ولیامز و هاکینگز ۴/۹۶ درصد می‌باشد. در حالت بعدی، فاصله سطح انتگرالی از آونازکورق (هیدروفویل) به مقدار ۰/۰۷۶ برابر طول وتر افزایش یافت.



شکل ۷ نمودار تراز فشار صوتی روش‌های کرشف، فوکز-ولیامز و هاکینگز و ناویه-استوکس برای  $\frac{Z}{C} = 0/01$ .

همانگونه که در شکل ۸ مشخص است، با افزایش فاصله رفتار الگوی فوکز-ولیامز و هاکینگز دارای خطای بیش‌تری می‌گردد. از نظر مقدار نیز، ریشه میانگین مربعات خطای روش فوکز-ولیامز و هاکینگز ۶/۹۳ درصد و برای روش کرشف ۹/۲۹ درصد گردیده است. در گام بعدی، فاصله سطح انتگرالی از آونازکورق (هیدروفویل) به اندازه ۰/۲۵ طول وتر افزایش پیدا کرد.

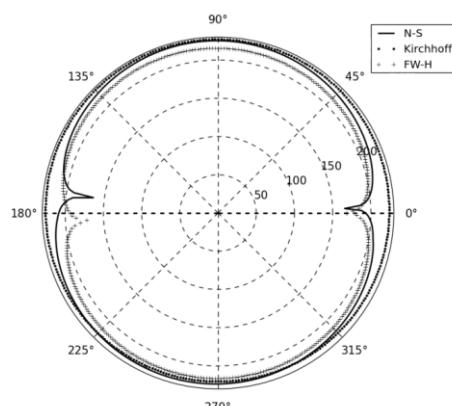


شکل ۵ توزیع فشار حول آونازکورق (هیدروفویل) در زاویه حمله ۱۰ درجه.

#### ۴-۲. نتایج آوصوتی

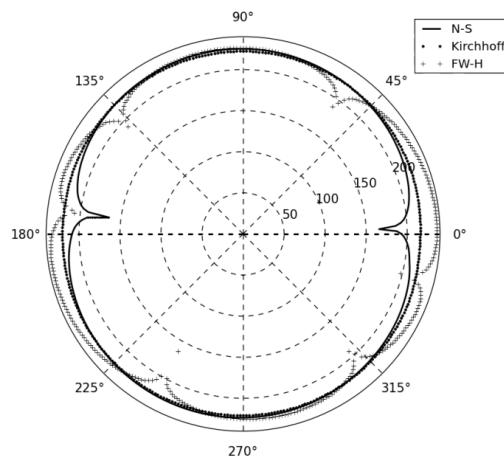
پس از اعتبارسنجی نتایج هیدرودینامیکی، تحلیل‌های آوصوتی انجام پذیرفتند. برای این دسته از تحلیل‌ها، از دو روش کرشف و فوکز-ولیامز و هاکینگز استفاده شده است. همان‌گونه که در قسمت نظریه‌ها توضیح داده شد، روش کرشف معادله موج همگن را حل می‌کند یا به عبارت دیگر سطح انتگرالی برای روش کرشف می‌بایست در ناحیه خطی حول آونازکورق (هیدروفویل) قرار گیرد. ولی در روش فوکز-ولیامز و هاکینگز، به علت در نظر گرفتن بخش‌های غیرخطی در حل معادله موج، محل سطح انتگرال‌گیری می‌تواند در ناحیه غیرخطی نیز قرار بگیرد. در این تحقیق، هر دو روش تخمینی بر روی پنج سطح انتگرالی، با فواصل مختلف از آونازکورق (هیدروفویل) در زاویه حمله ۱۰ درجه و هر یک از تحلیل-ها بر روی ۳۶۰ ناظر بر روی یک دایره به شعاع ۱۸ سانتی‌متر، مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.

ابتدا، صفحه انتگرال‌گیری بر روی سطح آونازکورق (هیدروفویل) واقع شده است و نمودارهای آن در شکل ۶ نشان داده شده‌اند.



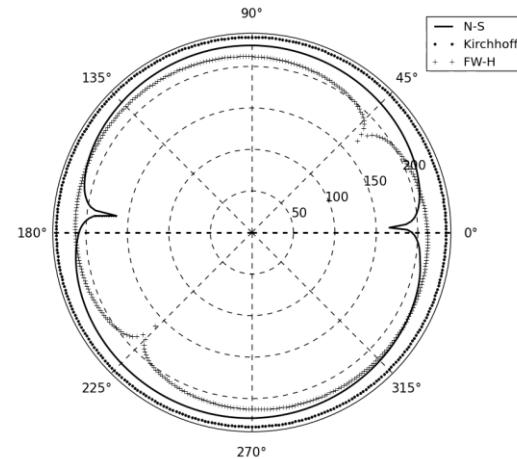
شکل ۶ نمودار تراز فشار صوتی روش‌های کرشف، فوکز-ولیامز و هاکینگز و ناویه-استوکس برای  $\frac{Z}{C} = 0$ .

۷/۷۵ درصد می‌باشد و مشخص است که رفتار فشار و سرعت در فاصله‌ای به اندازه طول وتر از آونازکورق (هیدروفویل)، خطی است و خطای روش کرشف به کمترین مقدار خود رسیده است. لیکن، این روش توانایی پیش‌بینی رفتار غیرخطی را در جلو و عقب آونازکورق (هیدروفویل)، ندارد.



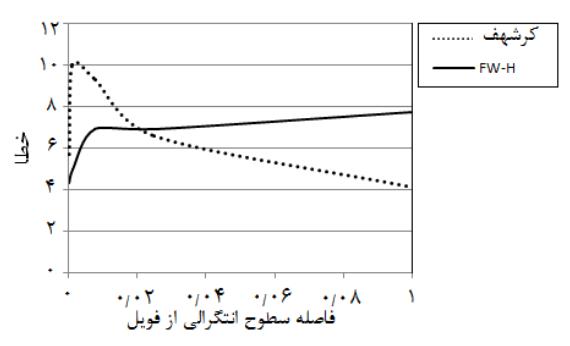
شکل ۸ نمودار تراز فشار صوتی روش‌های کرشف، فوکز-ولیامز و هاکینگز و ناویه-استوکس برای  $\frac{Z}{C} = 0,076$

نمودار شکل ۱۱ خطاهای دو روش بررسی شده را برای سطح انتگرالی مختلف نشان می‌دهد.



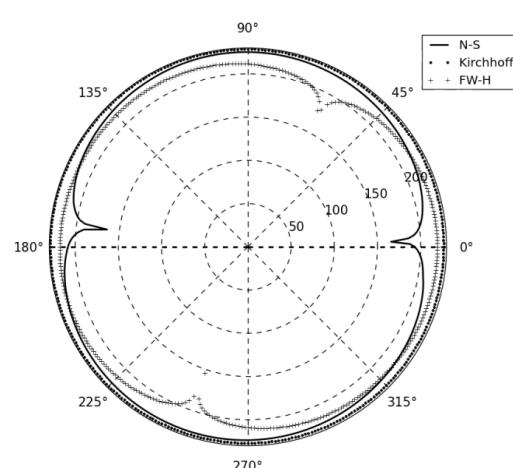
شکل ۸ نمودار تراز فشار صوتی روش‌های کرشف، فوکز-ولیامز و هاکینگز و ناویه-استوکس برای  $\frac{Z}{C} = 0,076$

شکل ۹ نشان می‌دهد که خطای روش کرشف با افزایش فاصله به علت ورود سطح انتگرالی به ناحیه خطی، کاهش می‌یابد. در این حالت خطای روش کرشف ۶۶ درصد و روش فوکز ویلیام هاکینگز ۶/۹ درصد می‌باشد. البته از نظر رفتار سطح فشار صوتی، با افزایش فاصله سطح انتگرال گیری از آونازکورق (هیدروفویل)، خطای الگوی فوکز-ولیامز و هاکینگز افزایش می‌یابد. در آخرین حالت، سطح انتگرال گیری به اندازه طول وتر از آونازکورق (هیدروفویل) فاصله گرفته است.



شکل ۱۰ نمودار خطاهای دو روش برای سطح انتگرالی مختلف

نمودار مشخص می‌کند زمانی که سطح انتگرالی در ناحیه خطی قرار گرفته است، روش کرشف دارای کمترین خطای می‌باشد، ولی از ثبت رفتار غیرخطی تراز فشار صوتی ناتوان است. هم‌چنین، روش کرشف زمانی پاسخ درست را پیش‌بینی می‌کند که سطح انتگرال گیری در قسمت غیرخطی قرار گرفته باشد. کمترین میزان خطای هر یک



شکل ۹ نمودار تراز فشار صوتی روش‌های کرشف، فوکز-ولیامز و هاکینگز و ناویه-استوکس برای  $\frac{Z}{C} = 0,25$

با توجه به شکل ۱۰، ریشه میانگین مربعات خطای روش کرشف  $4,13$  درصد و روش فوکز-ولیامز و هاکینگز

- [3] K.S. Brentner, F. Farassat, "An analytical comparison of the acoustic analogy and Kirchhoff formulation for moving surfaces," *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics*, vol. 36, no. 8, pp. 1379-1386, 1998.
- [4] F. Farassat, M.K. Myers, "Extension of Kirchhoff's formula to radiation from moving surfaces," *Journal Sound and Vibration*, vol. 123, no. 3, pp. 451-461, 1988.
- [5] H.M. Atassi, S. Subramaniam, "Acoustic radiation from lifting airfoils in compressible subsonic flow," *13th Aeroacoustics Conference*, Florida, pp. 22-24, 1990.
- [6] Y. Ozyoruk, "A Navier-Stokes/ Kirchhoff method for noise radiation from ducted fans," *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1994.
- [7] Y. Ozyoruk, "Sound Radiation from Ducted Fans Using Computational Aeroacoustics on Parallel Computers," *The Pennsylvania State University*, PhD Thesis, 1995.
- [8] B.A. Singer, K.S. Brentner, D.P. Lockard, G.M. Lilley, "Simulation of acoustic scattering from a trailing edge," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 230, pp. 541-560, 2000.
- [9] E. Manoha, S. Redonnet, C. Delahay, P. Sagaut, I. Mary, "Numerical prediction of the unsteady flow and radiated noise from a 3d lifting airfoil," *RTD AVT Symposium*, Manchester, UK, 2001.
- [10] X. Gloerfelt, "Direct calculation of cavity noise and validation of acoustic analogies," *RTD AVT Symposium*, Manchester, UK, 2001.
- [11] A.S. Lyrintzis, "Integral methods in computational aeroacoustics from the (CFD) near-field to the (Acoustic) far-field," *CEAS Workshop From CFD to CAA* Athens Greece, 2002.
- [12] D.P. Lockard, H.J. Casper, "Permeable surface corrections for fflowcs williams and hawkins integrals," *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 2005.
- [13] B. Greschner, M.C. Jacob, D. Casalino, F. Thiele, "Prediction of sound generated by a rod-airfoil configuration using EASM DES and the generalised Lighthill/FW-H analogy," *Journal of Computers and Fluids*, vol. 37, pp. 402-413, 2007.
- [14] N. Zhang, H. Shen, H. Yao China, "Numerical simulation of cavity flow induced noise by LES and FW-H acoustic

از روش‌ها در حدود ۴ درصد است ولی رفتار نمودارهای تراز فشار صوتی نشان می‌دهند که استفاده از روش فوکر-ولیامز و هاکینگز برتری دارد، به علت اینکه در نتایج مربوط به این روش، رفتارهای تراز فشار صوتی به درستی دیده می‌شوند.

## ۵. نتیجه‌گیری

بطور کلی، موضوع نویه از مباحث بسیار مهم در محیط‌های هوایی و دریابی محسوب می‌شود و تخمین نویه با روش عددی می‌تواند کمک شایانی به پیشرفت در این موضوع نماید. در این مقاله، ابتدا هیدرودینامیک مقطع آونازکورق (هیدروفویل) انایسی‌ای-۱۲۰۰ در نرم‌افزار آنسیس-سی‌افایکس در هفت زاویه حمله مختلف تحلیل گردید و توزیع سرعت و فشار حول آونازکورق (هیدروفویل) استخراج شدند. سپس با نرم افزار آکوپی که تحت زبان برنامه‌نویسی پایتون توسط نویسندهای مقاله تهیه شده است، تراز فشار صوتی با روش‌های کرشف و فوکر-ولیامز و هاکینگز بر روی پنج سطح انتگرال‌گیری مختلف مورد بررسی قرار گرفتند. پس از استخراج نمودارها، مشخص گردید که در روش کرشف می‌بایست سطح انتگرال‌گیری در ناحیه خطی قرار گیرد و بهترین سطح انتگرال‌گیری برای آونازکورق (هیدروفویل) در فاصله‌ای برابر با طول وتر قرار می‌گیرد و علت آن حل معادله موج همگن است. هم‌چنان، مقایسه نتایج با خروجی‌های تراز فشار صوتی حاصل از حل معادلات ناویر-استوکس نشان داد که استفاده از روش فوکر-ولیامز و هاکینگز به علت در نظر گرفتن بخش‌های غیرخطی، رفتار سطح فشار صوتی را بهتر پیش‌بینی کرده و کمترین خطای آن مربوط به سطح انتگرال‌گیری منطبق بر سطح آونازکورق (هیدروفویل) می‌باشد.

## ۶. فهرست منابع

- [1] M.J. Lighthill, "On sound generated aerodynamically I: General theory," *Proceedings of the Royal Society, London*, vol. A221, pp. 564-587, 1952.
- [2] F. Farassat, "Introduction to generalized functions with applications in aerodynamics and aeroacoustics," *NASA Technical Paper*, no. 3428, 1996.

analogy,” 9th International Conference on Hydrodynamics, Shanghai, 2010.

- [15] R.E. Sheldahl, P.C. Klimas, “Aerodynamic characteristics of seven airfoil sections through 180 degrees angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines,” SAND80-2114, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico, 1981.